Corrigé du baccalauréat Polynésie 15 juin 2017
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **8 points**

Partie A : Étude du profil du corps de l'amphore

1. **a.** Sur l'intervalle [-4 ; 2], $f'(x) = -\dfrac{1}{16}\left(3x^2 + 2\times 6x\right) = -\dfrac{1}{16}\left(3x^2 + 12x\right)$.

   b. $3x^2 + 12x = 3x(x+4)$. Ce trinôme s'annule pour $x = -4$ et pour $x = 0$.
   On sait qu'il est positif sauf sur $]-4\,;\,0[$. Donc :
   — sur $]-4\,;\,0[$, $3x^2 + 12x < 0$;
   — $3\times 0^2 + 12\times 0 = 0$;
   — sur $]0\,;\,2]$, $3x^2 + 12x > 0$.

   c. Comme $-\dfrac{1}{16} < 0$, on en déduit que :
   — sur $]-4\,;\,0[$, $f'(x) > 0$: la fonction est croissante sur cet intervalle ;
   — $f'(0) = 0$;
   — sur $]0\,;\,2]$, $f'(x) < 0$: la fonction est décroissante sur cet intervalle.

   d. La fonction est croissante, puis décroissante : l'extremum
   $f(0) = -\dfrac{1}{16}\times(-40) = \dfrac{10}{4} = 2,5$ est donc le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,2]$.

2. Voir l'annexe 1.

3. • On a vu dans le tableau de valeurs que $f(-4) = 0,5$, donc $A \in \mathscr{C}$;
   • De même $f(2) = 0,5$, donc $C \in \mathscr{C}$.

4. Le coefficient directeur de la tangente T au point C d'abscisse 2 est égal au nombre dérivé $f'(2) = -\dfrac{1}{16}\left(3\times 2^2 + 12\times 2\right) = -\dfrac{1}{16}\times(12+24) = -\dfrac{36}{16} = -\dfrac{9}{4} = -2,25$.

5. Voir l'annexe.

Partie B : Tracé d'une anse et du profil de l'amphore

On va modéliser l'anse supérieure de l'amphore par un arc du cercle Γ équation :

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{2}.$$

1. On sait que l'équation est $(x - x_\Omega)^2 + \left(y - y_\Omega\right)^2 = r^2$; on a donc par identification :
   $x_\Omega = 2$, $y_\Omega = 1$ et $r^2 = \dfrac{1}{2}$, d'où $r = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

2. Les points communs au cercle Γ et à la droite d'équation $y = \dfrac{1}{2}$ ont des coordonnées qui vérifient :

$$\left\{\begin{array}{lcl}(x-2)^2 + (y-1)^2 &=& \frac{1}{2}\\ y &=& \frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{lcl}(x-2)^2 + (\frac{1}{2}-1)^2 &=& \frac{1}{2}\\ y &=& \frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow$$

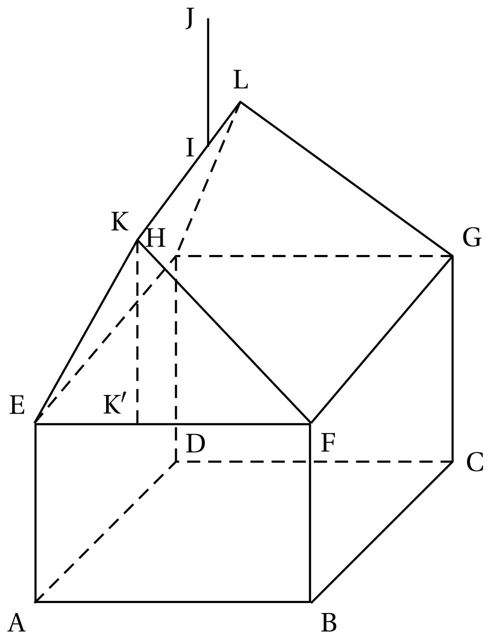
$$\left\{\begin{array}{lcl}(x-2)^2 + \frac{1}{4} &=& \frac{1}{2}\\ y &=& \frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{lcl}(x-2)^2 &=& \frac{1}{4}\\ y &=& \frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Il y a donc deux solutions :
$x-2=\dfrac{1}{2}$ et $y=\dfrac{1}{2}$ et
$x-2=-\dfrac{1}{2}$ et $y=\dfrac{1}{2}$.
Les points communs ont donc pour coordonnées $\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$ et $\left(\dfrac{3}{2}\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$.
Le point E seul point dont l'abscisse est entre 2 et 3 est donc $\text{E}\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$.

3. Voir l'annexe.
4. Voir l'annexe.

EXERCICE 2 **7 points**

Le dessin ci-contre représente une cabane en perspective parallèle.
ABCDEFCH est un pavé droit dont les faces ABCD et EFCH sont horizontales et constituent le sol et le plafond.
Les faces ABCD et EFCH sont des carrés.
EFGHKL est un prisme droit.
La base EFK de ce prisme est un triangle tel que
EK = 2 m, FK = 2,5 m et EF = 3 m.



Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Angle et hauteur du toit

1. D'après le théorème d'Al Kashi, on peut écrire :
$\text{EK}^2=\text{EF}^2+\text{FK}^2-2\times\text{EF}\times\text{FK}\times\cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right) \iff 2^2=3^2+2,5^2-2\times3\times2,5\times\cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right) \iff$
$4=15,25-15\cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right) \iff \cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right)=\dfrac{15,25-4}{15} \iff \cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right)=0,75.$
2. En déduire :
   a. La calculatrice donne : $\widehat{\text{EFK}}\approx 41,41$, soit 41,4° au dixième près.
   b. Dans le triangle FKK′ rectangle en K′, on a :
   $\text{KK}'=\text{KF}\times\cos\left(\widehat{\text{FKK}'}\right)\approx 2,5\times\cos(90-41,4)\approx 2,5\times\cos 48,6\approx 1,653$ soit 1,65 m au centimètre près.

Partie B : Dessin en perspective centrale de la cabane

1. Les perpendiculaires au plan frontal sont parallèles; leur représentation en perspective sont sécantes au point de fuite principal `w` qui est donc le point commun à la ligne d'horizon et à la droite `bc`. Voir à la fin.

2. Voir à la fin.
3. Voir à la fin. Les droites (FK) et (GL) sont parallèles donc les droites (`fk`) et (`gl`)sont sécantes en un point de fuite (`p`) sur la droite d'horizon.
4. Les droites (KK$'$) et (IJ) sont parallèles et K$'$K = IJ, donc $\overrightarrow{\text{KK}'} = \overrightarrow{\text{IJ}}$, donc KK$'$IJ est un parallélogramme.

   Les droites (K$'$I) et (KJ) étant parallèles, leur représentations sont sécantes sur la ligne d'horizon en `p`.

   Pour construire le point `i` on trace les diagonales du parallélogramme construits sur les points `k`$'$, `p` et `l`.

   Pour construire `j` on complète le parallélogramme construits sur les points `k`$'$, `l` et `k`, [`kl`] étant une diagonale de ce parallélogramme.

EXERCICE 3 **5 points**

1. **a.** Voir l'annexe 3.

   b. On a $\overrightarrow{\text{OA}}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{CB}}\begin{pmatrix}1-2\\ \frac{3}{2}-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{\text{CB}}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{3}{2}\end{pmatrix}$.

   On a donc $\overrightarrow{\text{OA}} = \overrightarrow{\text{CB}}$ ce qui démontre que le quadrilatère OABC est un parallélogramme.

   c. Calculer $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}} = -1\times 2+\frac{3}{2}\times 0 = -2$.

   d. On sait que le produit scalaire $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}}$ peut aussi s'écrire :

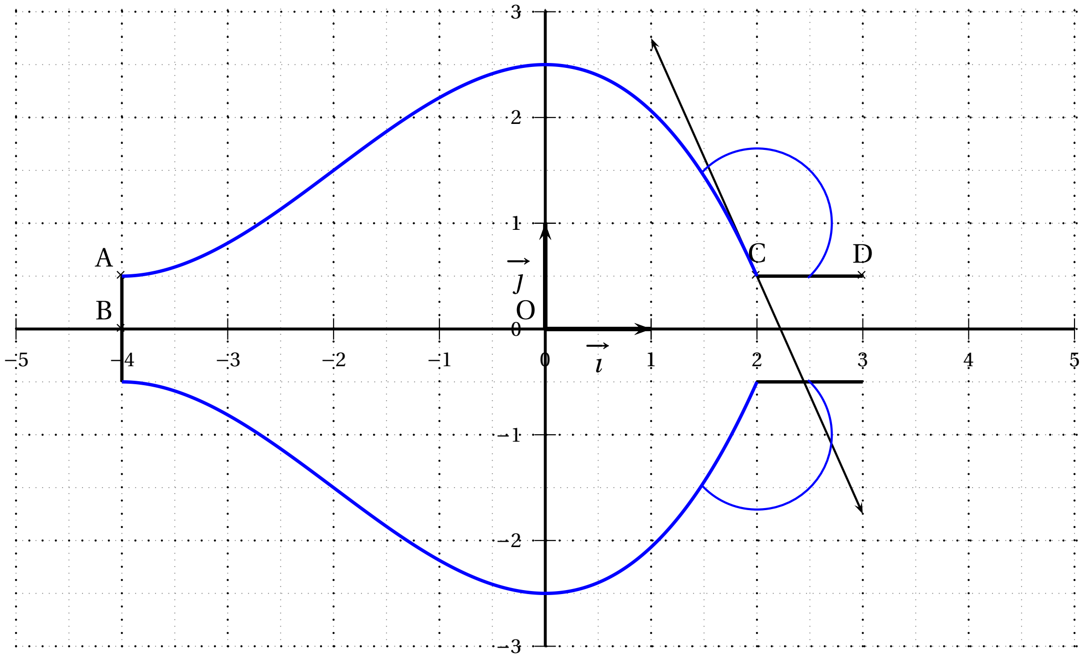
   $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}} = \text{OA}\times\text{OC}\times\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) \iff -2 = \sqrt{1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}\times 2\times\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) \iff -2 = \sqrt{\frac{13}{4}}\times 2\times\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) \iff -2 = \frac{\sqrt{13}}{2}\times 2\times\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) \iff$

   $-1 = \frac{\sqrt{13}}{2}\times\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) \iff \cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right) = \frac{-2}{\sqrt{3}}$.

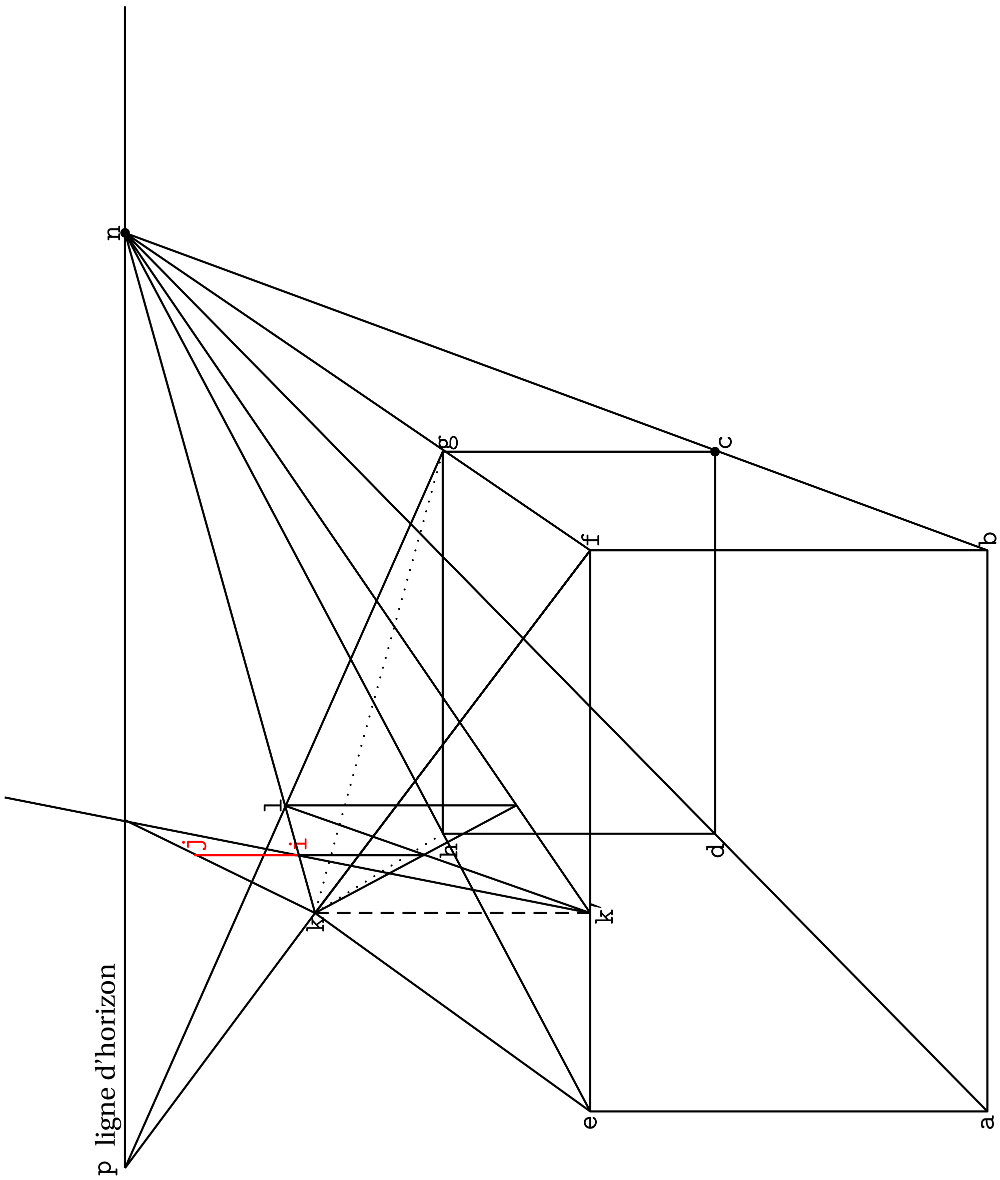
   La calculatrice donne $\widehat{\text{AOC}} \approx 123,69$ soir environ 124° au degré près.
2. Voir l'annexe 3.
3. On peut utiliser les translations de vecteur $2\overrightarrow{\imath}$ et de vecteur $1,5\overrightarrow{\jmath}$. Voir l'annexe.

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

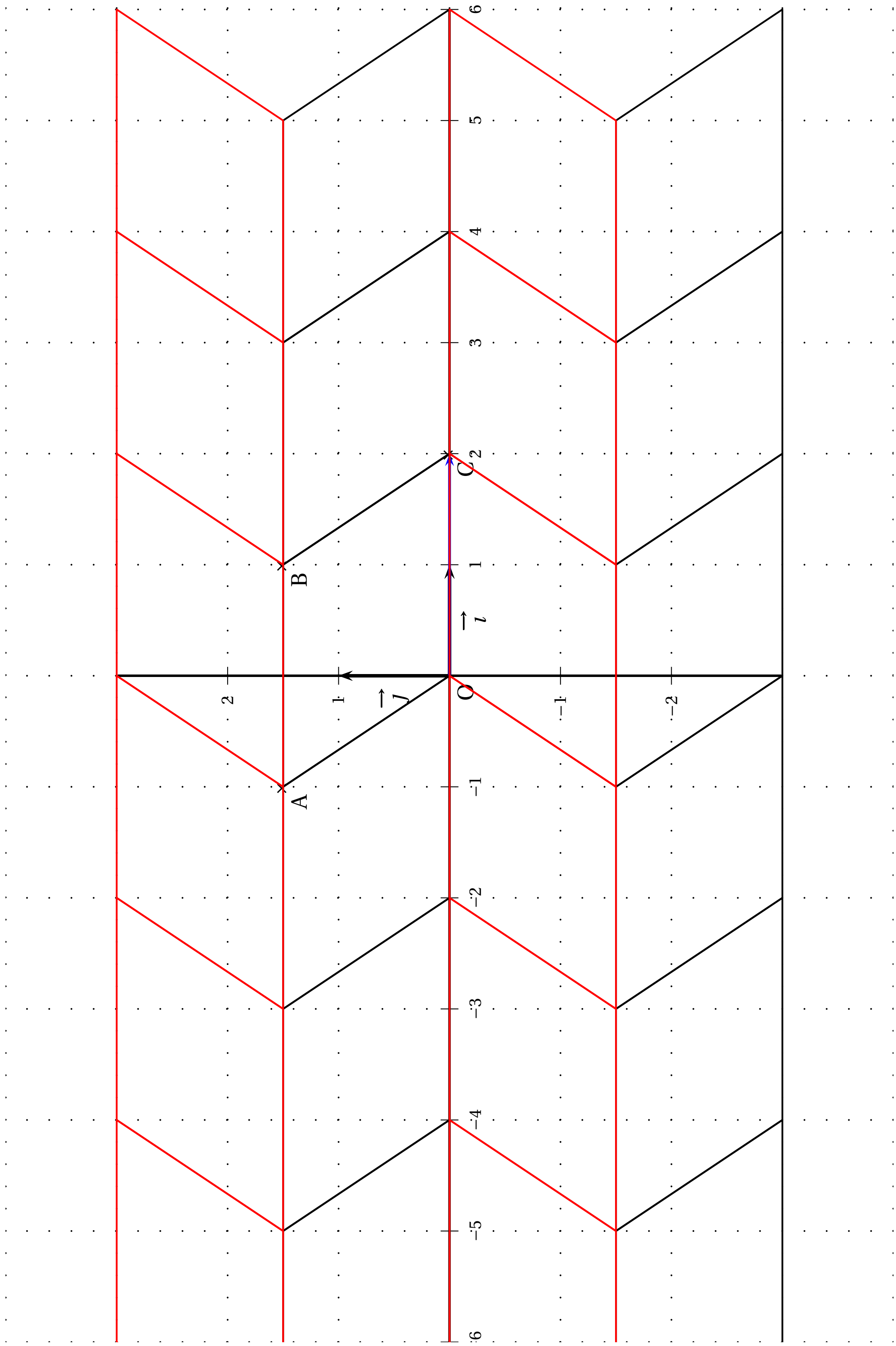
x	-4	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	0,5	0,6	0,8	1,1	1,5	1,9	2,2	2,4	2,5	2,4	2,1	1,4	0,5

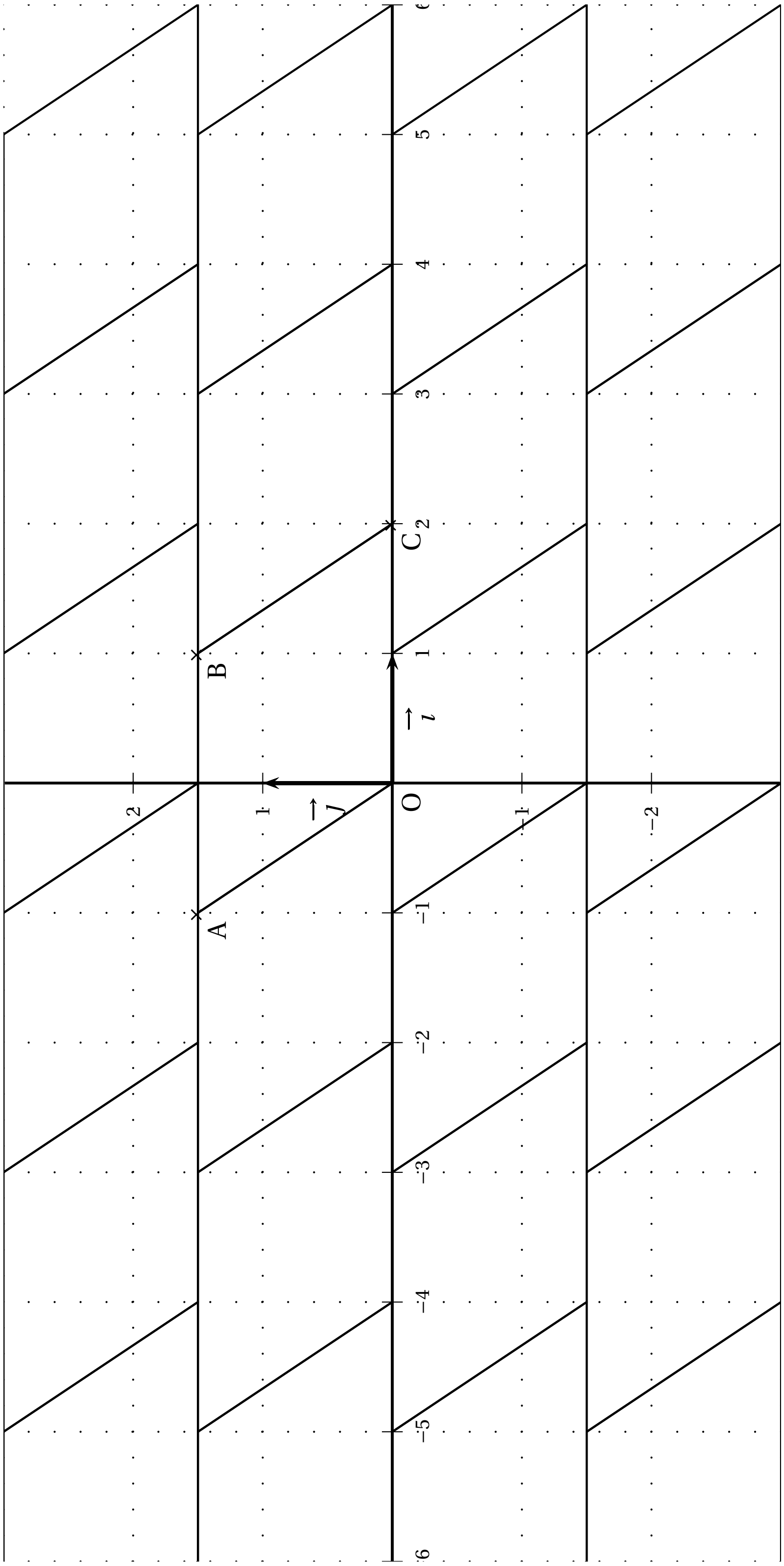


Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3, questions 1 et 2 (à rendre avec la copie)




A
B
C
O