Corrigé du baccalauréat STG CGRH
Métropole–La Réunion 22 juin 2010

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

	A	$\overline{\text{A}}$	Total
B	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\overline{\text{B}}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{6}$
Total	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

1. $p\left(\overline{\text{A}}\right) = \dfrac{2}{3}$.
2. $p(\text{B}) = \dfrac{1}{6}$.
3. $p_{\text{A}}(\text{B}) = \dfrac{p(\text{A} \cap \text{B})}{p(\text{A})} = \dfrac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{18} \times 3 = \dfrac{1}{6}$.
4. $p(\text{A} \cup \text{B}) = p(\text{A}) + p(\text{B}) - p(\text{A} \cap \text{B}) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{18} = \dfrac{6+3-1}{18} = \dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9}$.

EXERCICE 2 **8 points**

A) Étude du prix de revient unitaire moyen :

1. $U(5) = \dfrac{1}{3}5^2 - 11 \times 5 + 100 + \dfrac{72}{5} = \dfrac{25}{3} - 55 + 100 + 14,4 \approx 67,70$ (€).
2. Voir à la fin.

B) Étude graphique du bénéfice :

1. On trace la droite d'équation $y = 600$ qui coupe la courbe représentative de la fonction C en un point dont on trouve l'abscisse en le projetant sur l'axe des abscisses. On lit à peu près 23 (kg).
2. **a.** On a $R(x) = 60x$.

   b. Voir à la fin.

   c. On projette sur l'axe des abscisses les deux points aux deux représentations graphiques ; on trouve à peu près 6 et 28,5.
   On réalise un bénéfice si on vend une quantité x telle que : $6 < x < 28,5$.
   Danx cet intervalle la courbe recette est au dessus de la courbe coûts.

C) Étude algébrique du bénéfice :

1. La calculatrice semble indiquer que la fonction B est croissante sur $[5 ; 20]$ et décroissante sur $[20 ; 30]$.
2. B est dérivable sur $[5 ; 30]$ et :
   $B'(x) = -\dfrac{1}{3} \times 3x^2 + 11 \times 2x - 40 = -x^2 + 22x - 40$.
   Or $(x-2)(-x+20) = -x^2 + 20x + 2x - 40 = B'(x)$.
   Donc $B'(x) = (x-2)(-x+20)$.

3. On peut dresser le tableau des signes de $B'(x)$:

x	5		20		30
$(x-2)$		$+$		$+$	
$(20-x)$		$+$	0	$-$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	

Donc B est croissante sur $[5\,;\,20]$ et décroissante sur $[20\,;\,30]$.

4. **a.** On vient de voir que $x = 20$ correspond à un bénéfice maximal ; il vaut $B(20) \approx 861,33$ €.

Il faut donc produire 20 kg.

b. On a $B(15) = 678$ et sur l'intervalle $[15\,;\,20]$ la fonction est croissante ;

$B(24) = 696$ et sur l'intervalle $[20\,;\,24]$ la fonction est décroissante.

Conclusion : le plus petit bénéfice possible est $B(15) = 678$ €.

EXERCICE 3 — 8 points

A) Taux d'évolution et indices :

1. Formule $\boxed{\text{=C2/B2*B3}}$
2. L'indice est passé de 100 en 2005 à 109,8 en 2009 soit une augmentation de 9,8 pour 100, soit 9,8 %.
3. Si t est le taux d'évolution moyen entyre 2005 et 2009, on doit avoir :

   $(1+t)^4 = 1 + \dfrac{9,8}{100}$ soit $(1+t)^4 = 1,098$ ou

   $1+t = 1,098^{1/4}$ et enfin $t = 1,098^{1/4} - 1$.

   On trouve $t \approx 0,024$ soit 2,4 %.

B) 1^er^ modèle d'évolution : la droite de régression par la méthode des moindres carrés

1. La calculatrice donne comme équation : $y = 0,202x - 396,96$ soit en arrondissant les coefficients au centième : $y = 0,20x - 396,96$.
2. Avec $x = 2010$ l'équation précédente donne : $y = 0,20 \times 2010 - 396,96 = 5,04$. Cette estimation est manifestement fausse !

   Si l'on reprend l'équation donnée par la caculatrice : $y = 0,202x - 396,96$, avec $x = 2010$ on trouve $y = 0,202 \times 2010 - 396,96 = 9,06$ qui est une estimation beaucoup plus vraisemblable du SMIC en 2010.

C) 2^e^ modèle d'évolution : utilisation d'une suite

1. On a par définition d'une suite géométrique : $u_{n+1} = 1,024u_n$.
2. $u_n = u_0 \times 1,024^n = 8,03 \times 1,024^n$.

   a. Ainsi $u_5 = 8,03 \times 1,024^5 \approx 9,041$ soit 9,04 à 10^{-2} près.

   b. On a vu que le taux d'évolution moyen du SMIC de 2005 à 2009 est au dixième de 2,4 %, c'est-à-dire que chaque année ce SMIC est multiplié par 1,024 ; si u_n est le montant de ce SMIC l'année $2005+n$, alors $u_{n+1} = 1,024u_n$ et finalement u_5 représente le montant du SMIC l'année 2010.

Annexe 1 à rendre avec la copie

x	5	10	15	16,5	17	18,5	20	25	30
$U(x)$	67,70	30,50	14,80	13,60	13,60	14,50	16,90	36,20	72,40

Annexe 2 à rendre avec la copie