∽ Corrigé du baccalauréat STG Mercatique ∾
Centres étrangers juin 2007

EXERCICE 1

1. **a.** On a : $\dfrac{525}{1500} = 0,35 = 35\,\%$

Parmi la population totale, il y a 35 % des personnes qui connaissent le commerce équitable.

b. On a $\dfrac{156}{1500} = 0,104 = 10,4\%$

Parmi la population totale, il y a 10,4% des personnes âgées de moins de 25 ans qui connaissent le commerce équitable.

c. On a $\dfrac{48}{195} \approx 0,246 = 24,6\,\%$

Parmi les plus de 60 ans, il y a 24,6 % des personnes qui connaissent le commerce équitable.

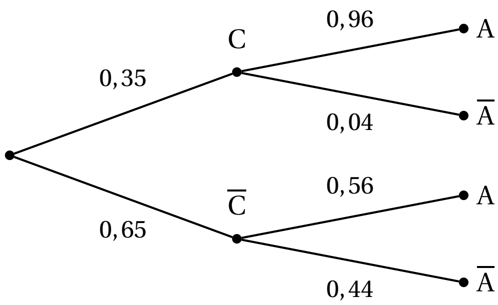
d. On a $\dfrac{156+171}{525} \approx 0,623 = 62,3\,\%$

Parmi les personnes connaissant le commerce équitable, il y a 24,6 % des personnes âgées de moins de 40 ans.

2. **a.** Parmi les 525 personnes connaissant le commerce équitable, il y a 504 d'entre-elles qui connaissent le label AB donc $P_{\text{C}}(\text{A}) = \dfrac{504}{525} = 0,96$.

Parmi les 975 personnes qui ne connaissant pas le commerce équitable, il y a 546 d'entre-elles qui connaissent le label AB donc $P_{\overline{\text{C}}}(\text{A}) = \dfrac{546}{975} = 0,56$.

b. On a l'arbre suivant :



c. On a :

$$\begin{aligned} P(\text{A}\cap\text{C}) &= P(\text{C}) \times P_{\text{C}}(\text{A}) \\ &= 0,35 \times 0,96 \\ &= 0,336 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} P\left(\text{A}\cap\overline{\text{C}}\right) &= P(\overline{\text{C}}) \times P_{\overline{\text{C}}}(\text{A}) \\ &= 0,65 \times 0,56 \\ &= 0,364 \end{aligned}$$

d. La probabilité qu'une personne interrogée connaisse le label AB est :

$$P(\text{A}) = P(\text{A}\cap\text{C}) + P\left(\text{A}\cap\overline{\text{C}}\right) = 0,336 + 0,364 = 0,7$$

On peut donc dire que « 70 % des personnes interrogées connaîssent le label AB ».

e. Les évènements A et C sont indépendants si $P(\text{A}\cap\text{C}) = P(\text{A}) \times P(\text{C})$

Or $P(\text{A}) \times P(\text{C}) = 0,7 \times 0,35 = 0,245$ et $P(\text{A}\cap\text{C}) = 0,336$

Les évènements A et C ne sont pas indépendants.

EXERCICE 2

Partie A :

1. Calculons le taux d'évolution t entre 1980 et 2004 :

$$\begin{aligned} t &= \frac{N_{2004} - N_{1980}}{N_{1980}} \\ t &= \frac{56\,628 - 68\,839}{68\,839} \\ t &\approx -0,177 \end{aligned}$$

Le nombre d'écoles a diminué de 17,7 %

2. **a.** $a^7 = \dfrac{56\,628}{60\,196}$ équivaut à $a = \left(\dfrac{56\,628}{60\,196}\right)^{\frac{1}{7}} \approx 0,99$

   b. Calculons le taux dévolution annuel moyen t_m du nombre d'écoles entre les années 1997 et 2004 :

$$\begin{aligned} (1+t_m)^7 &= \frac{56\,628}{60\,196}\\ 1+t_m &= \left(\frac{56\,628}{60\,196}\right)^{\frac{1}{7}}\\ 1+t_m &\approx 0,99\\ t_m &\approx 0,99-1\\ t_m &\approx -0,01 \end{aligned}$$

   Le nombre de d'écoles a diminué de 1 % par an en moyenne entre 1997 et 2004.

3. Calculons le nombre d'écoles en France en 2008 :

$$\begin{aligned} N_{2008} &= N_{2008} \times (1+t_m)^4\\ N_{2008} &= 56\,628 \times (1-0,01)^4\\ N_{2008} &= 56\,628 \times 0,99^4\\ N_{2008} &\approx 54\,397 \end{aligned}$$

   On peut estimer qu'il y aura 54 397 écoles en France en 2008.

Partie B :

1. Un ajustement affine de ce nuage est envisageable car les points sont presque alignés.
2. L'année 2008 correspond au rang 28, on calcule donc $y = -510,6 \times 28 + 69\,003 \approx 54\,706$
   La nouvelle estimation du nombre d'écoles en France en 2008 est de 54 706.

EXERCICE 3

1. $f(0)$ est l'image de 0 par f, elle est égale à 8 : Réponse **d.**
2. $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0, il est égal à 0 : Réponse **b.**
3. Sur l'intervalle $[-1~;~4]$ les deux courbes se coupent deux fois : Réponse **b.**
4. Pour calculer la dérivée de g on utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$ avec $\begin{cases} u &= 0,5(x+1) = 0,5x+0,5\\ u' &= 0,5 \end{cases}$

   et $\begin{cases} v &= \mathrm{e}^x\\ v' &= \mathrm{e}^x \end{cases}$

   On obtient donc $g'(x) = 0,5\mathrm{e}^x + (0,5x+0,5)\mathrm{e}^x = (0,5+0,5x+0,5)\mathrm{e}^x = (0,5x+1)\mathrm{e}^x$: Réponse **a.**

Partie B : application économique

1. **a.** $f(1) = \dfrac{8(1+1)}{\mathrm{e}^1} = \dfrac{16}{\mathrm{e}} \approx 5,886$. (*On peut vérifier sur la courbe*)

   b. $f(1)$ est la quantité en milliers de porte-clés que les entreprises sont prêtes à acheter au prix de 1 €. Les entreprises sont prêtes à acheter 5 886 porte-clés au prix unitaire de 1 €.

   c. $g(1)$ est la quantité en milliers de porte-clés que DISTRI-PUB propose au prix de 1 €, or $g(1) = 0,5(1+1)\mathrm{e}^1 = \mathrm{e} \approx 2,718$

   DISTRI-PUB propose 2 718 porte-clés au prix unitaire de 1 €.

   d. Au prix unitaire de 1 €, la société DISTRI-PUB ne peut pas satisfaire la demande des entreprises car elle propose moins de porte-clés que les entreprises sont prêtes à acheter.

2. On cherche la valeur de $x \in [0,5~;~4]$ pour laquelle $f(x) = g(x)$. Cette valeur x est appelée prix d'équilibre.

A- En utilisant un tableur

1. Dans la cellule C2 on a saisi : $\boxed{\text{=0,5*(A2+1)*EXP(A2)}}$ Dans la cellule D2 on a saisi : $\boxed{\text{=B2-C2}}$
2. Dans la cellule A8 il y aura la formule $\boxed{\text{= A7+\$F\$2}}$.
3. On cherche la valeur de x telle que $f(x) = g(x)$, c'est à dire $f(x) - g(x) = 0$.
   On cherche donc dans le tableau, pour quelle valeur de x la différence $f(x) - g(x)$ change de signe.
   On trouve que le prix d'équilibre est compris entre 1,38 € et 1,39 €.

B - Par calcul algébrique

1. L'équation $f(x) = g(x)$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{8(x+1)}{\mathrm{e}^x} &= 0,5(x+1)\mathrm{e}^x & \\
8(x+1) &= 0,5(x+1)\mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^x & \\
8(x+1) &= 0,5(x+1)\mathrm{e}^{2x} & \text{car } \mathrm{e}^a \times \mathrm{e}^b = \mathrm{e}^{a+b} \\
(x+1)(8-0,5\mathrm{e}^{2x}) &= 0 & \text{en factorisant par } (x+1)
\end{aligned}$$

2. Un produit est nul si l'un des facteurs est nul donc

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned} \qquad \text{ou} \qquad \begin{aligned} 8-0,5\mathrm{e}^{2x} &= 0 \\ 0,5\mathrm{e}^{2x} &= 8 \\ \mathrm{e}^{2x} &= \frac{8}{0,5} = 16 = 4^2 \\ 2x &= \ln(4^2) \\ 2x &= 2\ln(4) \\ x &= \ln(4) \end{aligned}$$

   La valeur exacte du prix d'équilibre est donc $\ln(4)$.