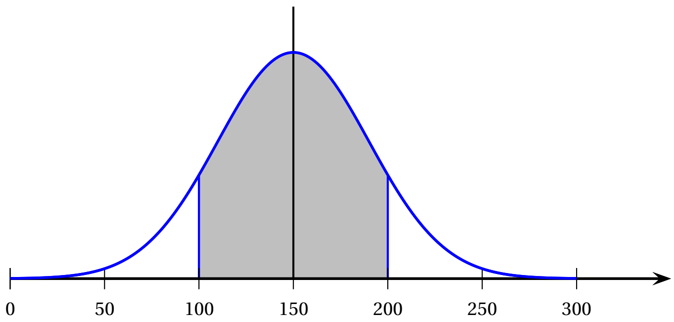
Corrigé du baccalauréat STHR
Antilles-Guyane 18 juin 2019

EXERCICE 1 **9 points**

Partie A

Le temps passé, en minutes, par un client dans un restaurant gastronomique peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant une loi normale dont la courbe de densité est donnée ci-dessous.



1. La fonction de densité d'une loi normale d'espérance m est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = m$.
La fonction de densité tracée est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 150$ donc l'espérance m vaut 150.

2. On admet que la probabilité de l'événement $100 \leqslant X \leqslant 200$ représentée par l'aire grisée sur le graphique est égale à 0,788 7.
On a $p(X \leqslant 100) + p(100 \leqslant X \leqslant 200) + p(X \geqslant 200) = 1$ et, pour des raisons de symétrie,
$p(X \leqslant 100) = p(X \geqslant 200)$; donc $p(X \leqslant 100) = \dfrac{1 - p(100 \leqslant X \leqslant 200)}{2} = \dfrac{1 - 0{,}7887}{2} = 0{,}10565$.

3. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 150 et d'écart type 40.
La probabilité qu'un client reste plus de 3 heures à table, donc plus de 180 minutes, est
$p(X > 180) \approx 0{,}227$.

Partie B

À la recherche d'investissements pour s'agrandir, le propriétaire du restaurant affirme que 90 % de ses clients sont satisfaits de son établissement. Un investisseur potentiel réalise un sondage auprès de 300 clients du restaurant ; 260 d'entre eux sont satisfaits.
On fait l'hypothèse que le pourcentage de clients satisfaits est 0,9 et on va tester cette hypothèse sur un échantillon de taille $n = 300$.
L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % est

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;\, p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0{,}9 - \frac{1}{\sqrt{300}}\,;\, 0{,}9 + \frac{1}{\sqrt{300}}\right] \approx [0{,}842\,;\,0{,}958]$$

La fréquence dans l'échantillon étudié est $f = \dfrac{260}{300} \approx 0{,}867$.
$f \in I$ donc il n'y a pas de raison de remettre en cause l'affirmation du restaurateur.
Remarque : le programme officiel paru au BO n^o^ 11 du 17/03/2016 précise que, pour utiliser un intervalle de fluctuation, il faut que la proportion soit comprise entre 0,2 *et* 0,8*, ce qui n'est pas le cas ici.*

Partie C

Le restaurateur propose des burgers.
Voici le tableau décrivant les différentes tâches à réaliser pour la préparation des burgers.
Pour réaliser cette recette, on convient que certaines tâches peuvent être réalisées simultanément par plusieurs personnes.

Tâches		Durées (min)	Tâches immédiatement antérieures
Dans un saladier, mélanger la farine, la levure, le sucre et le sel.	A	2	
Dans une casserole, faire chauffer l'eau, le lait et le beurre.	B	5	
Mélanger les deux préparations.	C	5	A et B
Pétrir en ajoutant les jaunes d'œufs un à un.	D	15	C
Laisser pousser la pâte.	E	90	D
Préchauffer le four thermostat 7.	F	20	
Former des boules de pâte (pâtons) et les laisser reposer.	G	60	E
À l'aide d'un pinceau, badigeonner de lait les pâtons et les parsemer de graines de sésame.	H	5	G
Enfourner et cuire les pâtons.	I	11	F et H
Émincer les oignons.	J	7	
Faire caraméliser les oignons dans une poêle.	K	15	J
Préparer la mayonnaise.	L	15	
Couper les pains en deux.	M	5	I
Faire cuire les steaks.	N	8	
Faire fondre du fromage sur chaque steak.	O	6	N
Garnir les pains.	P	7	M, L, K et O

1. On complète le graphe de cette recette (voir annexe page 5).
2. Le plus long chemin pour aller du début à la fin est :

$$\boxed{\text{Début}} \longrightarrow \text{B} \xrightarrow{5} \text{C} \xrightarrow{5} \text{D} \xrightarrow{15} \text{E} \xrightarrow{90} \text{G} \xrightarrow{60} \text{H} \xrightarrow{5} \text{I} \xrightarrow{11} \text{M} \xrightarrow{5} \text{P} \xrightarrow{7} \boxed{\text{Fin}}$$

   Il est d'un longueur totale de 203 minutes, donc le temps incompressible de cette recette est de 3 heures et 23 minutes.
3. Le restaurateur souhaite pouvoir servir les premiers burgers à 19h30.
   Il doit allumer le four en F ; le trajet contenant F est

$$\boxed{\text{Début}} \longrightarrow \text{F} \xrightarrow{20} \text{I} \xrightarrow{11} \text{M} \xrightarrow{5} \text{P} \xrightarrow{7} \boxed{\text{Fin}}$$

   La tâche F est située $20+11+5+7=43$ minutes avant la fin, donc doit être effectuée 43 minutes avant la fin. Il faut donc allumer le four 43 minutes avant 19h30 soit à 18h47 au plus tard.

EXERCICE 2 — 4 points

Une entreprise fabrique des robots pâtissiers connectés et les vend ensuite à des enseignes spécialisées dans les articles de cuisine.
Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires en millions d'euros de l'entreprise de 2012 à 2017.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Chiffre d'affaires (en millions d'euros)	5,43	6,03	6,63	6,50	7,54	9,17
Indice du chiffre d'affaires (base 100 en 2012)	100	111,05		119,71	138,86	168,88

1. Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2012 et 2017 exprimé en pourcentage est $\dfrac{9{,}17-5{,}43}{5{,}43}\times 100 \approx 68{,}9$.
   On retrouve ce résultat en travaillant sur les indices : passer de l'indice 100 de 2012, à l'indice 168,88 de 2017, c'est augmenter de 68,88 %.
2. Le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2012 et 2017, donc sur 5 ans, exprimé en pourcentage, est le nombre t tel que $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^5 = 1+\dfrac{68{,}9}{100}$.
   On trouve $t \approx 11{,}1\,\%$.

3. L'indice du chiffre d'affaires de l'entreprise en 2014 est $\dfrac{6{,}63 \times 100}{5{,}43} \approx 122{,}10$.

Pour les questions qui suivent, on estime que le chiffre d'affaires augmente de 11 % par an à partir de l'année 2017.

4. Augmenter de 11 %, c'est multiplier par 1,11.
Augmenter de 11 % pendant 5 ans, pour passer de 2017 à 2022, c'est multiplier par $1{,}11^5$.
Une estimation du chiffre d'affaires de l'entreprise en 2022 est donc, en millions d'euros, de $9{,}17 \times 1{,}11^5 \approx 15{,}45$.

5. Le directeur se demande à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 20 millions d'euros. On complète l'algorithme suivant afin que la variable n contienne en fin d'exécution la réponse à la question du directeur.

$n \leftarrow 0$
$c \leftarrow 9{,}17$
Tant que $c \leqslant 20$
    $n \leftarrow n+1$
    $c \leftarrow c \times 1{,}11$
Fin Tant que

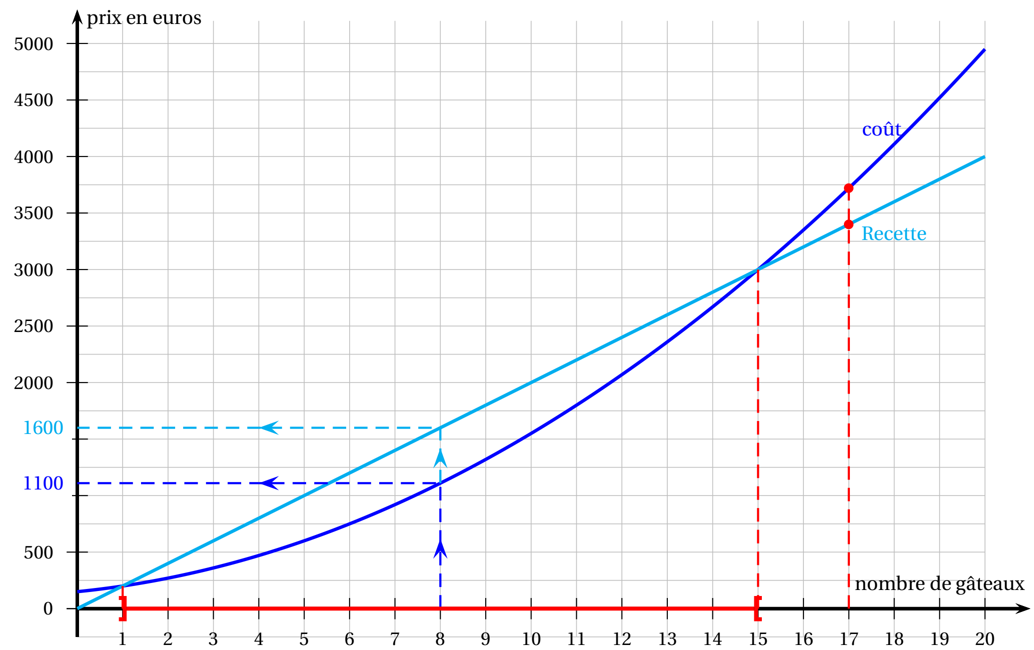
La réponse à donner au directeur est alors $2017 + n$.
Remarque : pour que l'algorithme réponde à la question, il faudrait initialiser la variable n à 2017.

EXERCICE 3 **7 points**

Un pâtissier propose des gâteaux de mariage qu'il fabrique et vend sur commande 200 € pièce. Chaque mois, il vend toute sa production.

Partie A : Lecture graphique

Le graphique ci-dessous représente les fonctions coût et recette dans un repère orthogonal.



1. a. D'après le graphique, le coût de fabrication pour 8 gâteaux produits est d'environ 1 100 €.
   b. D'après le graphique, la recette réalisée pour 8 gâteaux vendus est d'environ 1 600 €.
   c. Le bénéfice réalisé pour 8 gâteaux vendus est, en euro, d'environ $1600 - 1100 = 500$.
2. Pour 17 gâteaux, le coût est supérieur à la recette donc ce n'est pas rentable de confectionner et vendre 17 gâteaux.

3. L'entreprise est bénéficiaire quand la courbe représentant la recette est au-dessus de la courbe représentant le coût, donc le nombre de gâteaux peut varier entre 2 et 14 pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

Partie B : Étude du bénéfice

Le bénéfice réalisé pour une commande de x gâteaux, exprimé en euros, est noté $B(x)$.
La fonction B est définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par : $B(x) = -10x^2 + 160x - 150$.

1. $B(x)$ est un polynôme du second degré dont on va étudier le signe.
$\Delta = 160^2 - 4(-10)(-150) = 19\,600 = 140^2$
$B(x)$ admet deux racines $x' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-160-140}{-20} = 15$ et $x'' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-160+140}{-20} = 1$
$B(x)$ est du signe de $a = -10$ donc négatif à l'extérieur des racines :

x	0		1		15		20
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. On note B' la fonction dérivée de la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.
$B'(x) = -10 \times 2x + 160 = -20x + 160$; $B'(x) > 0 \iff -20x + 160 > 0 \iff 160 > 20x \iff 8 > x$
$B(8) = 490$; on établit le tableau des variations de B :

x	0		8		20
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$		$\nearrow$	490	$\searrow$	

3. **a.** Le bénéfice est maximal pour 8 gâteaux.

b. Ce bénéfice maximal est alors de 490 €.

Annexe à compléter et à remettre avec la copie
EXERCICE 1 partie C