Corrigé du baccalauréat STHR Antilles-Guyane 19 juin 2018

EXERCICE 1 **6 points**

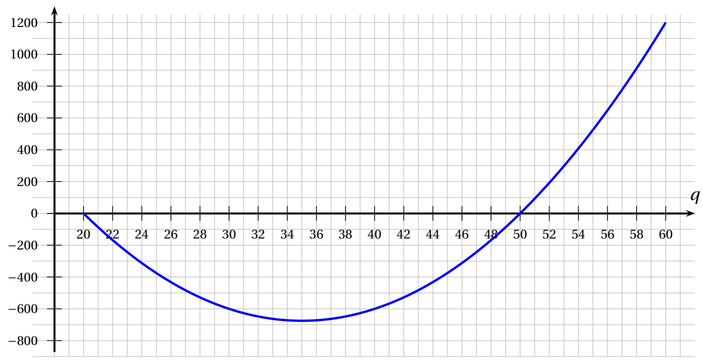
Pour les fêtes de fin d'année, une entreprise produit des objets décoratifs. Le coût de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[20 ; 60]$ par :

$$C(q) = q^3 - 105q^2 + 3000q + 8500$$

où q est le nombre d'objets décoratifs fabriqués et $C(q)$ est le coût de la production, en euros, de q objets décoratifs.

1. La fonction dérivée C' de C est définie par
$C'(q) = 3q^2 - 105(2q) + 3000 = 3q^2 - 210q + 3000 = 3(q^2 - 70q + 1000)$.

2. La fonction dérivée C' est représentée dans le repère ci-dessous.



a. Résolvons sur $\mathbb{R}$ l'équation $3(q^2 - 70q + 1000) = 0$.
$3(q^2 - 70q + 1000) = 0 \iff q^2 - 70q + 1000 = 0$.
Nous avons un trinôme du second degré, calculons Δ.
$\Delta = (-70)^2 - 4 \times 1000 = 4900 - 4000 = 900$.
$\Delta > 0$ le trinôme admet deux racines distinctes.
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x_1 = \dfrac{-(-70) - \sqrt{900}}{2 \times 1} = \dfrac{70 - 30}{2} = 20$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x_2 = \dfrac{70 + 30}{2} = 50$
Ces valeurs appartenant à $[20 ; 60]$, l'ensemble solution de l'équation $C'(q) = 0$ est : $\{20 ; 50\}$.

b. Dressons le tableau de signe de la fonction dérivée C'.

q	20		50		60
$q - 20$	0	$+$		$+$	
$q - 50$		$-$	0	$+$	
$C'(q) = 3(q - 20)(q - 50)$	0	$-$	0	$+$	

3. **a.** Étudions le sens de variation de C.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.
Sur $[20 ; 50[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.
Sur $]50 ; 60]$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur cet intervalle.
Dressons le tableau de variation de la fonction C sur l'intervalle $[20 ; 60]$.

q	20		50		60
Signe de $C'(q)$	0	$-$	0	$+$	
Variation de C	34 500	$\searrow$	21 000	$\nearrow$	26 500

b. La fonction C admet un minimum pour $q = 50$ puisque strictement décroissante sur $[20\,;\,50[$ et strictement croissante sur $]50\,;\,60]$. Il en résulte que le nombre d'objets décoratifs à produire pour que le coût de production soit minimum est 50.

EXERCICE 2 **14 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Au 1er janvier 2017, Monsieur Xavier, boulanger pâtissier, souhaite diversifier son activité en devenant également chocolatier. Pour cela, il a besoin de connaître le marché du chocolat en France.

Partie A

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du chiffre d'affaires du marché du chocolat en France entre 2011 et 2015.

Année x_i	2011	2012	2013	2014	2015
Chiffre d'affaires de la vente du chocolat en France (en million d'euros) y_i	2 721	2 762	2 761	3 100	3 090

Source : le syndicat du chocolat.

Le nuage de points associé au tableau ci-dessus figure **en annexe**. Il sera à compléter et à remettre avec la copie.

1. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère de l'**ANNEXE** .
   Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$.
   $$\overline{x}_G = \frac{2011+2012+\cdots+2015}{5} = 2013 \quad \overline{y}_G = \frac{2721+2762+\cdots+3090}{5} = 2886{,}8$$
   G (2013 ; 2 886,8)
2. On décide de réaliser un ajustement affine du chiffre d'affaires en millions d'euros en fonction de l'année par la droite D passant par le point G et d'équation : $y = mx - 213712$ où m est le coefficient directeur de la droite D.
   a. Calculons la valeur de m. Les coordonnées de G vérifient l'équation de la courbe ;
   $2886{,}8 = 2013m - 213712$ d'où $m = \dfrac{2886{,}8 + 213712}{2013} = 107{,}6$.
   b. La droite D est tracée sur le graphique de l'annexe.
3. On admet que cet ajustement reste valable jusqu'en 2025.
   a. Donnons une estimation du chiffre d'affaires du marché du chocolat durant l'année 2019.
   Pour ce faire, remplaçons x par 2019 dans l'équation de D.
   $y = 107{,}6 \times 2019 - 213712 = 3532{,}4$
   Une estimation du chiffre d'affaires du marché du chocolat est de 3 532,4 millions d'euros.

b. Déterminons l'année au cours de laquelle nous pouvons prévoir que le chiffre d'affaires du marché du chocolat vendu en France dépassera 4 milliards d'euros.

Résolvons $107{,}6x - 213\,712 > 4\,000$.

$107{,}6x - 213\,712 > 4\,000 \qquad x > \dfrac{4\,000 + 213\,712}{107{,}6} \approx 2\,023{,}34$.

Au cours de l'année 2023 le chiffre d'affaires dépassera les quatre milliards d'euros.

4. **a.** Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

$\mathcal{T} = \dfrac{3\,090 - 2\,721}{2\,721} \approx 0{,}135\,6$.

Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires entre 2011 et 2015 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 % est de 13,6 %.

b. Déterminons le taux moyen annuel d'augmentation du chiffre d'affaires de la vente de chocolat en France entre 2011 et 2015. En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^4$ puisque le chiffre d'affaires a subi 4 évolutions durant cette période.

$(1 + t_m)^4 = \dfrac{3\,090}{2\,721} \approx 1{,}135\,6$ par conséquent $t_m = 1{,}135\,6^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}032\,30$.

Le taux d'évolution moyen annuel du chiffre d'affaires entre 2011 et 2015, arrondi à 0,1 %, est égal à 3,2 %.

Partie B

Monsieur Xavier a lancé sa nouvelle activité début 2017. Sur une période de six jours, il propose deux produits : la bûche pâtissière au chocolat et les macarons au chocolat.

Ses commandes de bûches pâtissières augmentent de 10 unités par jour et ses ventes de macarons au chocolat doublent chaque jour.

Le premier jour, il enregistre 30 commandes de bûches pâtissières et 20 commandes de macarons au chocolat.

1. En six jours de vente, le nombre total de commandes de bûches pâtissières a dépassé 300.

Le premier jour il a 30 bûches pâtissières en commande, au bout du sixième jour :

$30 + 5 \times 10 = 80$

Calculons la somme de ces commandes. Nous pouvons assimiler cette somme à la somme de six termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 30 et de raison 10. Par conséquent $30 + 40 + \cdots + 80 = \dfrac{6(30 + 80)}{2} = 330$.

Le nombre total de commandes a bien dépassé 300.

2. Calculons le nombre de commandes de macarons enregistrées pendant cette période de six jours.

Puisque le nombre de commandes de macarons double chaque jour, nous pouvons considérer le nombre de commandes quotidiennes comme les termes d'une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 20. La somme de ces termes est égale à $\dfrac{20 \times (2^6 - 1)}{2 - 1} = 20 \times 63 = 1\,260$.

Partie C

Voici le tableau décrivant les différentes tâches pour la préparation des macarons.

Pour réaliser cette recette, on part du principe que certaines tâches peuvent être réalisées simultanément par plusieurs personnes.

Tableau d'analyse des tâches			
Tâche		Durée (min)	Antécédents immédiats
Monter les blancs d'œuf en neige et ajouter le sucre.	A	15	
Dans un bol à part, verser la poudre d'amande et parsemer de sucre glace.	B		
Mélanger les blancs en neige et la poudre d'amande et placer le tout dans une poche à douille.	C		
Façonner les macarons et laisser reposer.	D		
Préchauffer le four, thermostat 7.	E	45	
Cuisson : mettre au four pendant 25 minutes, puis faire refroidir les macarons.	F	45	E et D
Faire fondre le chocolat au bain-marie.	G	5	
Ajouter la crème fraîche et placer le tout dans une poche à douille.	H	5	G
Mettre la crème au chocolat au réfrigérateur.	I	10	H
Souder par deux les macarons avec la crème au chocolat.	J	5	F et I

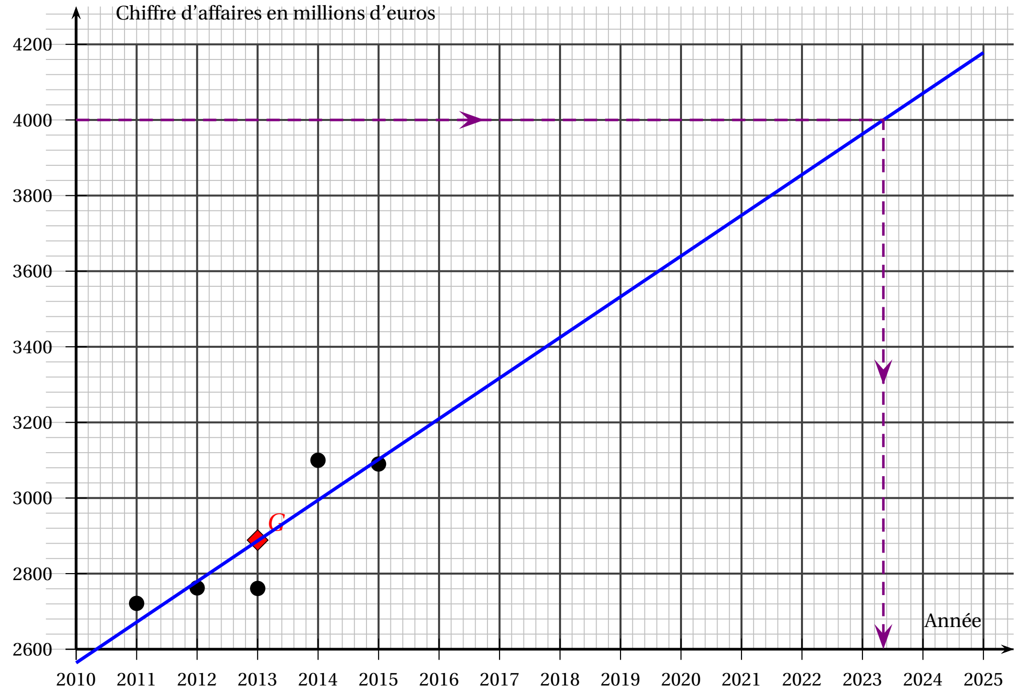
Par exemple, la tâche F désigne la cuisson, elle a une durée de 45 minutes et ne peut débuter qu'après l'exécution des tâches E et D.
Le graphe fourni en annexe 3 résume ce tableau : par exemple la flèche qui relie A à C indique que la tâche A doit débuter avant la tâche C et que la tâche A dure 15 minutes.

1. En vous appuyant sur le graphe fourni en annexe 3, nous avons complété les cases grisées de l'**annexe 2** correspondant aux tâches B, C et D.
2. Nous avons complété le graphe de cette recette donné en annexe 3.
3. Déterminons le temps incompressible de cette recette, c'est-à-dire le temps minimum nécessaire pour la réaliser. En ajoutant les différents temps pour parcourir les différents chemins puisque certaines tâches peuvent être effectuées par un autre ou simultanément
   - de A à J : 15+15+20+45=95
   - de B à J : 5+15+20+45=90
   - de E à J : 45+45=90
   - de G à J : 5+5+10=20

   Toutes les tâches étant nécessaires, il faut donc 95+5 soit 100 minutes ou 1 h 40 min pour réaliser la recette.

Annexe à rendre avec la copie d'examen

Annexe 1 (exercice 1, partie A)



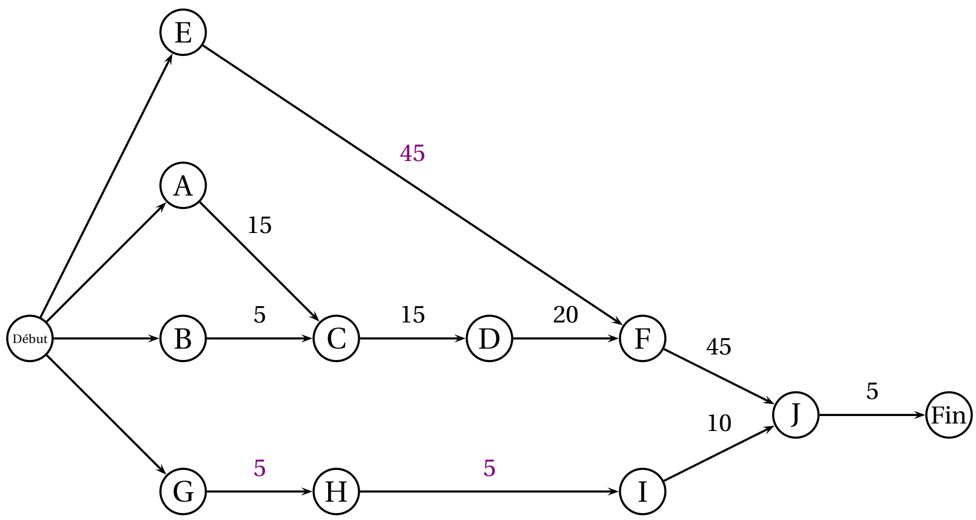
Annexes à rendre avec la copie d'examen

Annexe 2 (exercice 2, partie C)

Tableau d'analyse des tâches : complétons les cinq[1] cases grisées.

Tâche		Durée (min)	Antécédents immédiats
Monter les blancs d'œuf en neige et ajouter le sucre.	A	15	
Dans un bol à part, verser la poudre d'amande et parsemer de sucre glace.	B	5	
Mélanger les blancs en neige et la poudre d'amande et placer le tout dans une poche à douille.	C	15	B et A
Façonner les macarons et laisser reposer.	D	20	C

Annexe 3 (exercice 2 partie C) graphe d'ordonnancement des tâches



1. Le texte donne six