∽ Corrigé du Baccalauréat S T H R ∾
Métropole–La Réunion 19 juin 2018

EXERCICE 1 **10 points**

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A
Un salon de thé propose deux types de desserts : des gaufres et des parts de tarte maison.
La gérante a remarqué que :

- 70 % des clients prennent une boisson chaude, les autres prennent une boisson froide.
- Parmi les clients prenant une boisson chaude, 50 % prennent une gaufre, 30 % une part de tarte et les autres ne prennent pas de dessert.
- Parmi les clients prenant une boisson froide, 70 % prennent une gaufre, 20 % une part de tarte et les autres ne prennent pas de dessert.
- Aucun client ne prend plusieurs desserts.

On interroge au hasard un client de ce salon de thé.
On considère les évènements suivants :

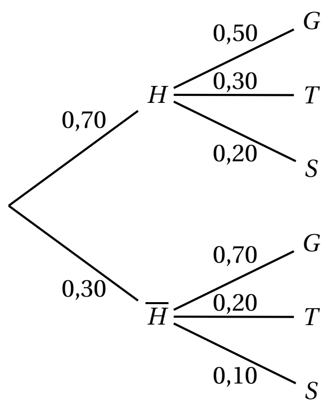
H : le client prend une boisson chaude,

G : le client prend une gaufre,

T : le client prend une part de tarte,

S : le client ne prend pas de dessert.

1. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



2. L'évènement $H \cap G$, c'est les clientsqui prennent une boissson chaude ET une gaufre calculer sa probabilitése calcule en suivant le chemin sur l'arbre : $0,70 \times 0,50 = 0,35$

$\boxed{p(H \cap G) = 0,35}$

3. Lle client prend une gaufre : il ya deux chemins :$H \cap G$ et $\overline{H} \cap G$, la probabilité du deuxième est $0,30 \times 0,70 = 0,21$

On additione car $p(G) = p(G \cap H) + p(G \cap \overline{H}) = 0,35 + 0,21 = 0,56$

$\boxed{p(G) = 0,56}$.

4. Sachant que le client prend une gaufre, quelle est la probabilité qu'il prenne une boisson chaude ?

   Ici on demande une probabilité conditionnelle : $p_G(H)$ qu'on calcule par la formule :

   $p_G(H) = \dfrac{p(G \cap H)}{p(G)} = \dfrac{0,35}{0,56} = \dfrac{5}{8} = 0,625$

   $\boxed{p_G(H) = 0,625}$

Partie B

Une machine se charge de remplir automatiquement les gaufriers.
La masse de chaque gaufre, exprimée en grammes, est modélisée par une variable aléatoire M qui suit la loi normale d'espérance µ= 80 et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. La probabilité que la masse d'une gaufre soit comprise entre 70 g et 90 g

   c'est $p(70 \leqslant M \leqslant 90) \simeq 0,8468$.

   $\boxed{\text{La probabilité que la masse d'une gaufre soit comprise entre 70 g et 90 g c'est environ 0,846 8}}$

2. On ne souhaite commercialiser une gaufre que si sa masse est supérieure à 75 g.

   On calcule $p(M \geqslant 75)$, c'est

   $p(75 \leqslant M \leqslant 80) + p(M > 80) = p(75 \leqslant M \leqslant 80) + 0,50 \simeq 0,2624 + 0,50 \simeq 0,7624$

   $\boxed{\text{La probabilité qu'une gaufre soit commercialisable c'est environ 0,762 4}}$

Partie C

Le salon de thé est ouvert de 9 h à 19 h.
Le nombre de clients présents dans le salon est modélisé par la fonction f définie sur $[0 ; 10]$ par :

$$f(t) = -0,5t^3 + 6,75t^2 - 21t + 35,$$

où t désigne le temps en heures écoulé depuis 9 h.

1. $f(0) = -0,5 \times 0^3 + 6,75 \times 0^2 - 21 \times 0 + 35 = 35$.

   Dès l'ouverture, on a 35 clients qui rentrent.

2. $f'(t) = -0,5 \times 3 \times t^2 + 6,75 \times 2 \times t - 21 + 0 = -1,5t^2 + 13,5t - 21$

   On a le trinôme $-1,5t^2 + 13,5t - 21$ à étudier ; on calcule son discriminant

   $\Delta = 13,5^2 - 4 \times (-1,5) \times (-21) = 56,25$

   Or $\sqrt{56,25} = 7,5$.

   Ce trinôme a donc deux racines $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ on calcule

   $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-13,5 - 7,5}{-3} = 7$

   $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-13,5 + 7,5}{-3} = 2$

   On factorise ce trinôme selon

   $a(t - t_1)(t - t_2) = -1,5(t - 2)(t - 7)$

   Or $-1,5(t - 2) = 3 - 1,5t$.

   $\boxed{f'(t) = (3 - 1,5t)(t - 7)}$.

3. Étudier le signe de $f'(t)$, puis en déduire le tableau de variation de f sur $[0 ; 10]$.

   On sait que le trinôme $f'(t)$ admet deux racines 2 et 7 et qu'il est du signe contraire de a(ici $a = -1,5$) entre les racines, donc sur $[2 ; 7]$, ce trinôme est positif, ailleurs il est négatif

t	0		2		7		10
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	35	↘	16	↗	47,25	↘	0

4. Le nombre de clients attendus dans le salon est-il maximal vers$t = 7$ donc vers $9h + 7h = 16h$; ce nombre maximal est d'environ 47 clients .

$\boxed{\text{Le nombre maximum de clients à 16h est donc environ 47}}$

EXERCICE 2 **6 points**

Pour la France, les dépenses touristiques intérieures annuelles effectuées dans les restaurants et cafés entre les années 2011 et 2015 sont données dans le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés (en milliards d'euros).	19,1	19,4	19,9	20,4	20,5

Source : Insee, DGE, compte satellite du tourisme-base 2010.

1. Le taux d'évolution annuel moyen des dépenses touristiques intérieures dans les restaurants et cafés entre 2011 et 2015, se calcule à partir du coefficient multiplicatif global donne par

$C_g = \dfrac{V_F}{V_I}$ donc $C_g = \dfrac{20,5}{19,1}$; $C_g \simeq 1,073$

ensuite comme il s'est écoulé 4 ans (de 2011 à 2015) on calcule $(C_g)^{\frac{1}{4}}$ c'est C_m le coefficient multiplicatif moyen par an on trouve

environ 1,017 84 et ceci c'est $1 + \frac{t_m}{100}$où t_m est le taux annuel moyen donc $\frac{t_m}{100} = 0,01784$, donc $t_m = 1,7784$

Le taux d'évolution annuel moyen des dépenses touristiques intérieures dans les restaurants et cafés entre 2011 et 2015 arrondi au centième, est égal à 1,78 %.

Pour prévoir les dépenses touristiques intérieures effectuées dans les restaurants et cafés, on modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est la dépense en $2015 + n$ exprimée en milliards d'euros. On a donc $u_0 = 20,5$. On admet pour la suite de l'exercice que la dépense touristique intérieure augmentera de 2 % par an à partir de 2015.

2. On sait qu'il faut multiplier chaque terme de la suite par $1 + \dfrac{2}{100} = 1,02$ pour avoir le suivant donc $u_1 = 1,02 \times 20,5 = 20,91$ et $u_2 = 20,91 \times 1,02 = 21,3282$.

3. $u_{n+1} = 1,02 \times u_n$. La suite (u_n) est géométrique de raison 1,02, de premier terme $u_0 = 20,5$.

4. Pour tout entier naturel n, $u_n = 20,5 \times 1,02^n$.

5. Avec ce modèle, quel montant peut-on prévoir pour la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés en 2023 ?En 2023 , comme 2023 = 2015+8, on calcule $u_8 = 20,5 \times 1,02^8 \simeq 24$ (à l'unité près, donc au milliard d'euros près)

On arrondira le résultat au milliard d'euros.

6. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution, la variable U soit égale à la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés de l'année $2015 + n$ pour un entier naturel n donné.

```
U ⟵ ........

Pour I variant de 1 à n
    U reçoit 1,02 × U
Fin Pour
```

7. En utilisant la méthode de votre choix, déterminer à partir de quelle année la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés dépassera 26 milliards d'euros.

On sait que en 2023 c'est un peu plus que 24milliards d'euros on continue par l'usage de la calculatrice :

$1,02^{15} \times 20,5 \simeq 27,59$, c'est trop car $27,59 > 26$

donc c'est avant $2015 + 15 = 2030$ on égrenne les termes $u_9, u_{10}, \cdots, u_{14}$

$u_9 \simeq 24,49$
$u_{10} \simeq 24,98$
$u_{11} \simeq 25,48$
$u_{12} \simeq 25,99$
$u_{13} \simeq 26,51$

$2015 + 13 = 2028$

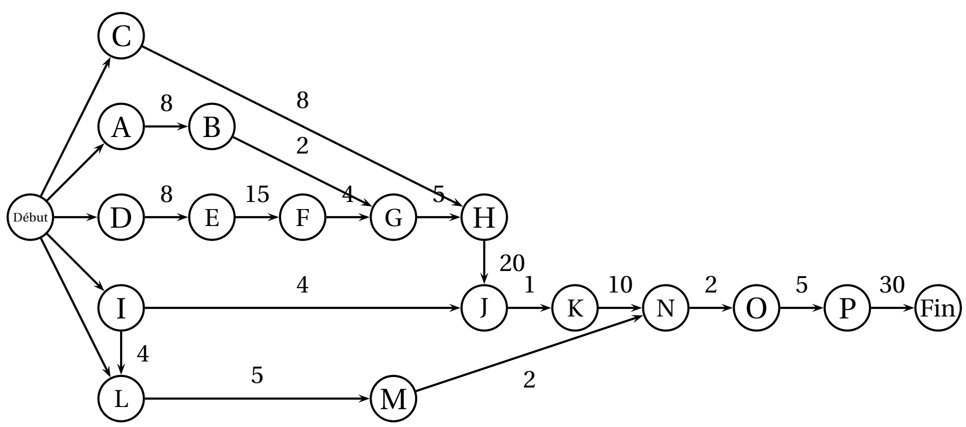
À partir de 2028 la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés dépassera 26 milliards d'euros

EXERCICE 3 **4 points**

Voici le tableau décrivant les différentes tâches pour la préparation d'une tarte à la rhubarbe meringuée.
Pour réaliser cette recette, on part du principe que certaines tâches peuvent être réalisées simultanément par plusieurs personnes.

Tâche	Description de la tâche	Temps en minutes	Tâches à réaliser auparavant
A	Éplucher et découper la rhubarbe en dés	8	
B	Mettre la rhubarbe dans un plat et verser le sucre	2	A
C	Préchauffer le four à 180^{o}C (thermostat 6)	8	
D	Préparer la pâte	8	
E	Laisser reposer la pâte	15	D
F	Étaler la pâte dans le moule beurré et saupoudrer de farine	4	E
G	Égoutter la rhubarbe et la verser sur la pâte	5	B et F
H	Enfourner	20	C et G
I	Préparer la garniture	4	
J	Sortir du four et ajouter la garniture sur la tarte	1	I et H
K	Enfourner à nouveau	10	J
L	Monter les blancs en neige	5	I
M	Incorporer aux blancs le sucre	2	L
N	Sortir du four et étaler le mélange sur la tarte	2	M et K
O	Mettre sous le grill	5	N
P	Sortir du four et laisser refroidir	30	O

1. Compléter le graphe donné en annexe



La seule « surprise » de ce graphe c'est que les deux flèches partant de I doivent être munies du même nombre 4 (temps pour faire la tâche I)

2. Quel est le temps minimum pour réaliser cette recette ? Expliquer.

Ce n'est pas un algorithme de Djiskra car il peut y avoir des travaux effectués par plusieurs personnes en simultané.

Aucune tâche n'étant inutile il faut les exécuter toutes

De C à H 8 min (une personne)

De A à H 15 min (une personne)

De D à H 32 min (une personne)

Donc pour effectuer A, C, D et aller à H il faut 32 min (avec trois personnes)

Pour aller de H à J 20mn donc $32+20=52$min,et de J à N 11 min donc $52+11=63$min.

On peut imaginer que deux autres personnes ont demarré leur travail en I et L pour atteindre N donc leur temps de travail(5 et 11) étant inférieur à 63 min ca ne rajoute pas du temps

et enfin terminer de N à Fin : 37 min

Donc avec 5 personnes on fait ce gateau en 63+37 = 100 min donc $\boxed{\text{1h 40 min}}$.