Corrigé du baccalauréat STI2D – Nouvelle Calédonie
26 novembre 2019

Exercice 1 — 4 points

1. **Proposition 1** : la forme algébrique de z_{A} est $z_{\text{A}} = -1 + 1{,}7\text{i}$.
   Le plan est partagé en douze secteurs de mesure $\dfrac{360}{12} = 30°$. Un argument de A est donc $90 + 30 = 120°$. Donc une écriture de z_{A} est donc $z_{\text{A}} = 2\text{e}^{120\text{i}} = 2(\cos 120 + \text{i}\sin 120) = 2\left(-\dfrac{1}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + \text{i}\sqrt{3}$. Or $\sqrt{3} \approx 1{,}732$: l'affirmation est fausse.
2. **Proposition 2** : elle a attendu en moyenne, au total, environ 258 heures et 20 minutes à l'arrêt de bus.
   Le temps d'attente moyen pour cette loi uniforme est $\dfrac{120 + 500}{2} = 310$ (s).
   En 3 000 attentes elle aura donc attendu : $3\,000 \times 310 = 930\,000$ (s).
   Comme 1 h = 3 600, ce temps est égal à 258,333 soit 258 h 20 minutes. L'affirmation est vraie.
3. **Proposition 3** : le point C(12,1 ; 10,4) appartient à la droite (d).
   Le coefficient directeur de la droite (AB)est égal à : $\dfrac{5-3}{4-1} = \dfrac{2}{3}$.
   Donc $M(x\,;\,y) \in (\text{AB}) \iff y = \dfrac{2}{3} + b$.
   Or $\text{A}(1\,;\,3) \in (\text{AB}) \iff 3 = \dfrac{2}{3} + b \iff b = \dfrac{7}{3}$. Donc :
   $M(x\,;\,y) \in (\text{AB}) \iff y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{7}{3}$.
   Finalement $\text{C}(12{,}1\,;\,10{,}4) \in (\text{AB}) \iff 10{,}4 = \dfrac{2}{3} \times 10{,}1 + \dfrac{7}{3} \iff 10{,}4 = \dfrac{27{,}2}{3}$. Or $\dfrac{27{,}2}{3} \approx 9{,}07$.
   L'affirmation est fausse.
4. **Proposition 4** : pour tout nombre réel $x > 2$, on a

$$\ln\left(x^2 - 4\right) = \ln(x+2) + \ln(x-2).$$

   Pour tout nombre réel $x > 2$, on a $\ln(x+2)$ et $\ln(x-2)$ qui sont bien définies et
   $\ln(x+2) + \ln(x-2) = \ln\left[(x+2)(x-2)\right] = \ln\left(x^2 - 4\right)$. L'affirmation est vraie.

Exercice 2 — 4 points

Partie A

1. Le volume moyen de déchets ramassés en une semaine sur un kilomètre de plage est 7 l.
2. La courbe doit être centrée en 7, ce qui exclut les courbes 3 et 4.
   On sait d'autre part que $P(\mu - 3\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0{,}99$, soit $P(2{,}5 \leqslant X \leqslant 11{,}5) \approx 0{,}99$, ce qui correspond à la courbe 2.
3. La calculatrice ou le cours) donne $P(4 \leqslant X \leqslant 10) = P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.
4. **a.** La calculatrice donne $P(X \geqslant 5) \approx 0{,}91$.
   b. Ceci signifie qu'il y a 91 % de chances qu'il y ait au moins 5 litres de déchets au kilomètre.

Partie B

On a $n2200 > 30$, $np = 2200 \times 0,98 = 2156 > 5$ et $n(1-p) = 2200 \times 0,02 = 44 > 5$; on peut calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % :

$$\left[0,98 - 1,96\sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{2200}}\ ;\ 0,98 + 1,96\sqrt{\frac{0,98 \times 0,02}{2200}}\right] \approx [0,974\ ;\ 0,986].$$

La fréquence de personnes ayant laissé un ou plusieurs déchets sur la plage est égale à $\dfrac{135}{2200} \approx 0,0613$, donc celle des personnes n'ayant pas laissé un ou plusieurs déchets sur la plage est égale à $1 - 0,0613 \approx 0,939$.

Comme $0,939 \notin [0,974\ ;\ 0,986]$ on peut en conclure que les relevés sont en contradiction avec les résultats du sondage.

Exercice 3 — 6 points

Partie A

1. On sait que les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions définies sur $[0 ; 48]$ par : $\longmapsto f(t) = C\mathrm{e}^{0,02t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.
2. On a donc $f(0) = C = 3000$.
   Conclusion : sur $[0 ; 48]$, $f(t) = 3000\mathrm{e}^{0,02t}$.
3. Il faut résoudre l'équation :
   $3000\mathrm{e}^{0,02t} = 6000$ ou $\mathrm{e}^{0,02t} = 2$ soit par croissance de la fonction logarithme népérien :
   $0,02t = \ln 2$ soit enfin $t = \dfrac{\ln 2}{0,02} \approx 34,6574$ soit environ 34,657 (h).
   Ce temps est égal à 34 h et $0,657 \times 60 \approx 39$ (min)
   Le nombre de bactéries aura donc doublé au bout de 34 h 39 min.

Partie B

1. • $u_1 = 0,95 \times 7800 + 1500 = 7410 + 1500 = 8910$;
   • $u_2 = 0,95 \times 8910 + 1500 = 8464,5 + 1500 = 9964,5 \approx 9965$.
2. **a.**

```
u ← 7800
n ← 0
Tant que u ⩽ 20000
    u ← u × 0,95 + 1500
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

   b. $n = 16$ signifie que $u_{16} > 20000$ (La calculatrice donne $u_{16} \approx 20229$.)
3. **a.** $v_0 = u_0 - 30000 = 7800 - 30000 = -22200$.
   b. On sait que quel que soit le naturel n, $v_n = v_0 \times 0,95^n$, soit $v_n = -22200 \times 0,95^n$.
   c. $v_n = u_n - 30000$ entraîne en ajoutant 3 000 à chaque membre :
   $v_n + 30000 = u_n$, soit $u_n = 30000 - 0,95 \times 22200$.
   d. Comme $0 < 0,95 < 1$, on sait que $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,95^n = 0$, donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,95^n \times 22200 = 0$, puis par somme de limites :
   $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 30000$.
   Ceci signifie que le nombre de bactéries ne dépassera pas 30 000 et plafonnera à ce nombre au bout d'un certain nombre de jours (la calculatrice donne 29 994 après 160 jours la croissance étant de plus en plus faible).

Exercice 4 — 6 points

Partie A

1. Un navire peut en un an récolter 365×35.

Pour récolter les déchets d'une année il faudra donc $\dfrac{8\,000\,000}{365 \times 35} \approx 626{,}2$; il faut donc 627 *Manta*.

2. Avec 700 navires on peut collecter $700 \times 365 \times 35 = 8\,942\,500$ tonnes.

Pour collecter 450 millions de tonnes de déchets plastiques il faudra donc :

$\dfrac{450\,000\,000}{8\,942\,500} \approx 50{,}3$: il faudra donc 51 ans.

Partie B

1. a. La fonction F est une somme de fonctions dérivable sur $[0~;~25]$ et sur cet intervalle :

$F'(x) = -200 \times (-0{,}15)\,\mathrm{e}^{-0{,}15x} + 18 = 30\,\mathrm{e}^{-0{,}15x} + 18 = f(x)$.

Conclusion F est une primitive de f sur $[0~;~25]$.

b. D'après le résultat précédent :

$\displaystyle\int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_0^{25} = F(25) - F(0) = -200\,\mathrm{e}^{-0{,}15\times 25} + 18\times 25 - \left(-200\,\mathrm{e}^{-0{,}15\times 0} + 18 \times 0\right) =$

$-200\,\mathrm{e}^{-3{,}75} + 450 + 200 = 650 - 200\,\mathrm{e}^{-0{,}375} \approx 645{,}296\ \mathrm{m}^2$.

2. a. On prend une primitive de chaque terme de $g(x)$ sur $[0~;~25]$, soit :

$G(x) = -0{,}03\dfrac{x^3}{3} + 0{,}15\dfrac{x^2}{2} + 15x = -0{,}01x^3 + 0{,}075x^2 + 15x$

b. D'après le résultat précédent :

$J = \displaystyle\int_0^{25} g(x)\,\mathrm{d}x = []_0^{25} = G(25) - G(0) = -0{,}01 \times 25^3 + 0{,}075 \times 25^2 + 15 \times 25 -$

$\left(-0{,}01 \times 0^3 + 0{,}075 \times 0^2 + 15 \times 0\right) = -156{,}25 + 46{,}875 + 375 = 265{,}625$.

3. L'aire de la zone 3 est égale à :

$I - J = \approx 645{,}296 - 265{,}625 = 379{,}671$ soit $379{,}67\ \mathrm{m}^2$ au centième près..

4. L'aire du rectangle ABCD est égale à $2 \times 35 = 70\ \mathrm{m}^2$.

L'aire du trapèze PQRS est égale à $\dfrac{6 + 18{,}7}{2} \times 7{,}2 = 24{,}7 \times 3{,}6 = 88{,}92\ \mathrm{m}^2$.

L'aire totale des panneaux solaires est donc égale à :

$379{,}67 + 70 + 88{,}92 = 538{,}59\ \mathrm{m}^2$ au dm^2 près.