<Corrigé du baccalauréat STI2D – Spécialité

La Réunion 28 mars 2023

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 **physique-chimie et mathématiques** **(4 points)**

Critère n° 1 : la variation de température d'une boisson doit être inférieure ou égale à 5 °C avec une tolérance de 0,5 °C au bout de 8 heures pour une température extérieure de $\theta_{\text{ext}} = 20,0$ °C.

On souhaite vérifier le critère n° 1 dans le cas d'une boisson chaude.

L'évolution de la température (en °C) de la boisson en fonction du temps (en heure) est modélisée par la fonction f solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E) : \quad y' = -0,044y + 0,88$$

où y est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et y' sa dérivée.

6.
- L'équation « sans second membre » $y' = -0,044y$, a pour solutions les fonctions $t \longmapsto k \times \text{e}^{-0,044t}$ où $k \in \mathbb{R}$.
- L'équation (E) a pour solution particulière la fonction $t \longmapsto \dfrac{0,88}{0,044}$ soit $t \longmapsto 20$.

Donc l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) est l'ensemble des fonctions f définies par $f(t) = k \times \text{e}^{-0,044t} + 20$ où $k \in \mathbb{R}$.

7. $f(t) = 40\text{e}^{-0,044t} + 20$. La température initiale de la boisson est de 60 °C donc $f(0) = 60 \iff k \times \text{e}^{-0,044t} + 20 = 60 \iff k + 20 = 60 \iff k = 40$.
Donc la fonction f est définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par $f(t) = 40\text{e}^{-0,044t} + 20$.

8. La température de la boisson au bout de 8 heures est : $f(8) = 40\text{e}^{-0,044\times 8} + 20 \approx 48,1$.
La variation de température est donc en degrés d'environ $60 - 48,1$ soit 11,9 qui eest supérieure à 5 °. Le critère n° 1 n'est donc pas vérifié.

EXERCICE 3 **mathématiques** **(4 points)**

Question 1

$A(x) = -\ln(9) + 2\ln(3x) = -\ln(9) + \ln\left((3x)^2\right) = -\ln(9) + \ln\left(9x^2\right) = \ln\left(\dfrac{9x^2}{9}\right) = \ln\left(x^2\right) = 2\ln(x)$

Question 2

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\overrightarrow{u},~\overrightarrow{v}\right)$.

Le point M d'affixe z_{M} vérifie les conditions suivantes :

- M appartient au cercle de centre O et de rayon 6 ;
- la partie réelle de z_{M} est négative ;
- la partie imaginaire de z_{M} est égale à 3.

1. Soit θ la mesure dans $[0\,;\,2\pi[$ de l'argument du nombre complexe z_{M}.
D'après le texte, $z_{\text{M}} = x_{\text{M}} + 3\,\text{i}$, et $\text{OM} = |z_{\text{M}}| = 6$.
$z_{\text{M}} = |z_{\text{M}}|\,(\cos(\theta) + \text{i}\sin(\theta))$ donc $z_{\text{M}} = 6\,(\cos(\theta) + \text{i}\sin(\theta))$.
En égalisant les parties imaginaires, on déduit $3 = 6\sin(\theta)$ donc $\sin(\theta) = \dfrac{1}{2}$.

2. À l'aide du demi-cercle trigonométrique ci-dessous, on peut dire que $\theta = \dfrac{\pi}{6}$ ou $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$.
La partie réelle de z_{M} vaut alors $6\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ qui est positive, ou $6\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ qui est négative.
Comme on sait que cette partie réelle est négative, on a donc : $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

3. L'écriture exponentielle de z_{M} est donc : $6\,\text{e}^{\frac{5\text{i}\pi}{6}}$.