∽ Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués juin 2009 ∾ Antilles-Guyane

EXERCICE 1 **8 points**

1.

	Aiment dessiner	N'aiment pas dessiner	Total
Aiment réaliser des maquettes	66	6	72
N'aiment pas réaliser des maquettes	15	3	18
Total	81	9	90

2. **a.** $D \cap M$: « l'élève choisi aime dessiner et aime réaliser des maquettes » ;
$\overline{D}$: « l'élève choisi n'aime pas dessiner » ;
$\overline{D} \cap \overline{M}$: « l'élève choisi n'aime ni dessiner ni réaliser des maquettes ».

b. $p(D \cap M) = \dfrac{66}{90} = \dfrac{11}{15} \approx 0,733$.
$p\left(\overline{D}\right) = \dfrac{9}{90} = \dfrac{1}{10} = 0,1$.
$p\left(\overline{D} \cap \overline{M}\right) = \dfrac{3}{90} = \dfrac{1}{30} \approx 0,033$

3. Sur les 81 élèves qui aiment dessiner, 66 aiment réaliser des maquettes. La probabilité cherchée est donc égale à $\dfrac{66}{81} = \dfrac{22}{27} \approx 0,815$.

4. On a $p(D \cup M) = p(D) + p(M) - p(D \cap M) = \dfrac{81}{90} + \dfrac{72}{90} - \dfrac{66}{90} = \dfrac{87}{90} = \dfrac{29}{30} \approx 0,967$.

PROBLÈME **12 points**

1. **a.** $f'(x) = 4 - \mathrm{e}^x$.

b. $f'(x) > 0 \iff 4 - \mathrm{e}^x > 0 \iff 4 > \mathrm{e}^x \iff \ln 4 > x \iff x < \ln 4$;
$f'(x) < 0 \iff 4 - \mathrm{e}^x < 0 \iff 4 < \mathrm{e}^x \iff \ln 4 < x \iff x > \ln 4$;
Conclusion : sur $[0 ; \ln 4]$, $f'(x) > 0$ et sur $[\ln 4 ; 2]$, $f'(x) < 0$.

c. $f(0) = 1 - \mathrm{e}^0 = 1 - 1 = 0$;
$(\ln 4) = 4\ln 4 + 1 - \mathrm{e}^{\ln 4} = 4\ln 4 + 1 - 4 = 4\ln 4 - 3 \approx 2,545$;
$f(2) = 8 + 1 - \mathrm{e}^2 = 9 - \mathrm{e}^2 \approx 1,611$.

d.

x	0		$\ln 4$		
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$4\ln 4 - 3$	$\searrow$	$9 - \mathrm{e}^2$

2. **a.** Si u est une fonction dérivable non nulle, la fonction $\ln u$ a pour dérivée la fonction $\dfrac{u'}{u}$.

Ici avec $u(c) = 2x+1$, $u'(x) = 2$ et g'(x) = $\dfrac{u'}{u} = \dfrac{2}{2x+1}$.

b. On a $0 \leqslant x \leqslant 2 \Rightarrow 0 \leqslant 2x \leqslant 4 \Rightarrow 1 \leqslant 2x+1 \leqslant 5$.
On a donc $2 > 0$ et $2x+1 > 0$, donc $g'(x) > 0$.

c. $g(0) = \ln 1 = 0$ et $g(2) = \ln(2\times 2+1) = \ln 5 \approx 1,609$.

d.

x	0	2
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	0	$\ln 5$

3. Voir plus bas

4. **a.** Une primitive de la fonction $x \longmapsto 4x$ est la fonction $x \longmapsto 2x^2$, une primitive de la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^x$ est la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^x$, donc une primitive de f est la fonction F définie par $F(x) = 2x^2 + x - \mathrm{e}^x$.

$\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_0^2 = F(2) - F(0) = 8+2-\mathrm{e}^2 - (-\mathrm{e}^0) = 11 - \mathrm{e}^2$

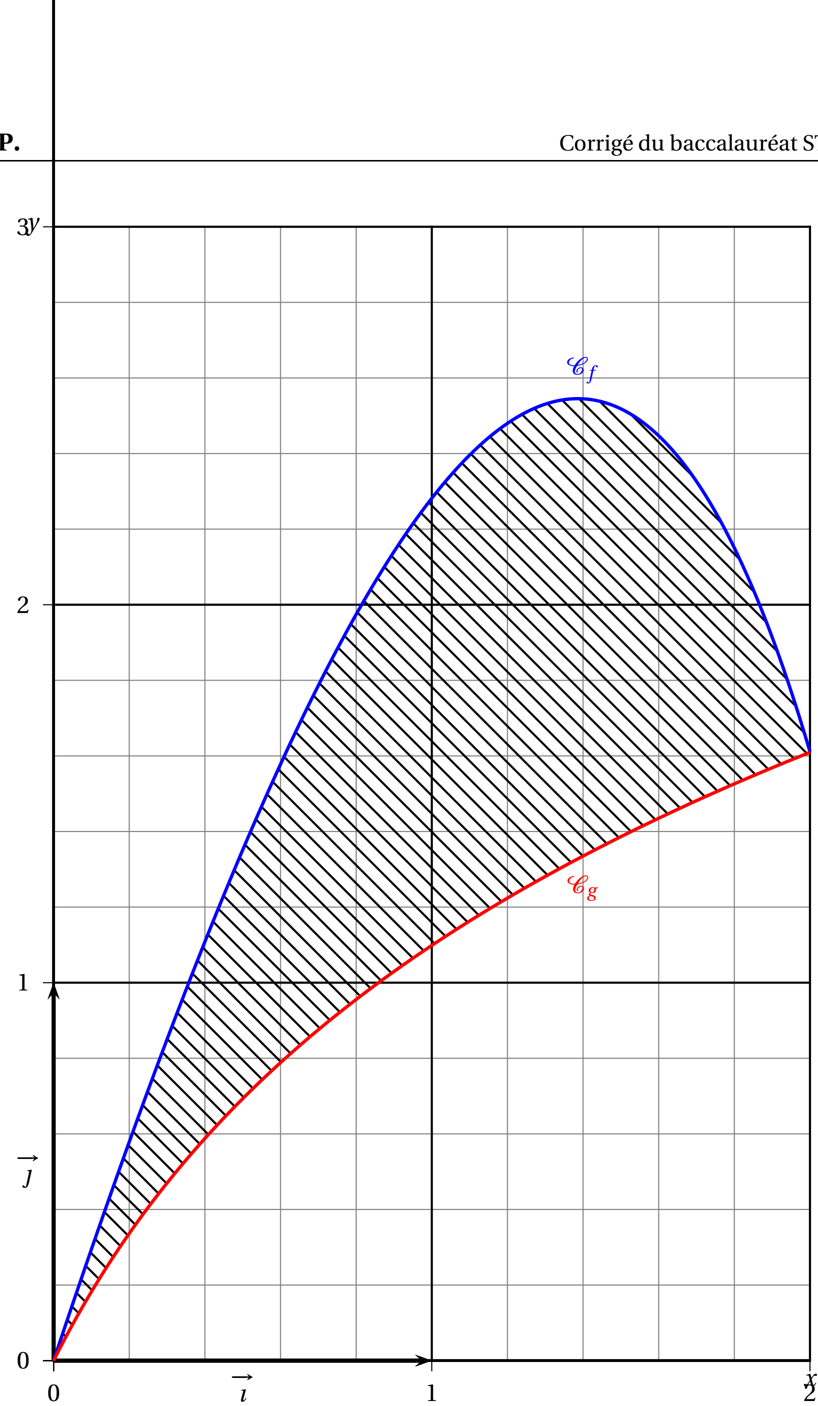
b. $G'(x) = 1\ln(2x+1) + 2\dfrac{x+\frac{1}{2}}{2x+1} - 1 = \ln(2x+1) + \dfrac{2x+1}{2x+1} - 1 = \ln(2x+1) = g(x)$.
Donc G est une primitive de la fonction g.

On a donc $\mathrm{J} = \displaystyle\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = \left[\left(x+\frac{1}{2}\right)\ln(2x+1) - x\right]_0^2 = \frac{5}{2}\ln 5 - 2 - \left(\frac{1}{2}\ln 1 - 0\right) = \frac{5}{2}\ln 5 - 2$.

c. Puisque la courbe $\mathscr{C}_f$ est au dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$, l'aire de la portion de plan délimitée par les deux courbes tracées et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$ est égale (en unités d'aire) à l'intégrale :

$\displaystyle\int_0^2 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = F(2) - F(0) - [G(2) - G(0)] = 11 - \mathrm{e}^2 - \left(\frac{5}{2}\ln 5 - 2\right) = 13 - \mathrm{e}^2 - \frac{5}{2}\ln 5$.

L'unité d'aire vaut : $5\times 5 = 25$ cm^2, l'aire en cm^2 est égale à $25\left[13 - \mathrm{e}^2 - \dfrac{5}{2}\ln 5\right] \approx 39,68$ cm^2.



3
y
2
1
0
$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_g$
$\vec{\jmath}$
$\vec{\imath}$
0
1
2
x