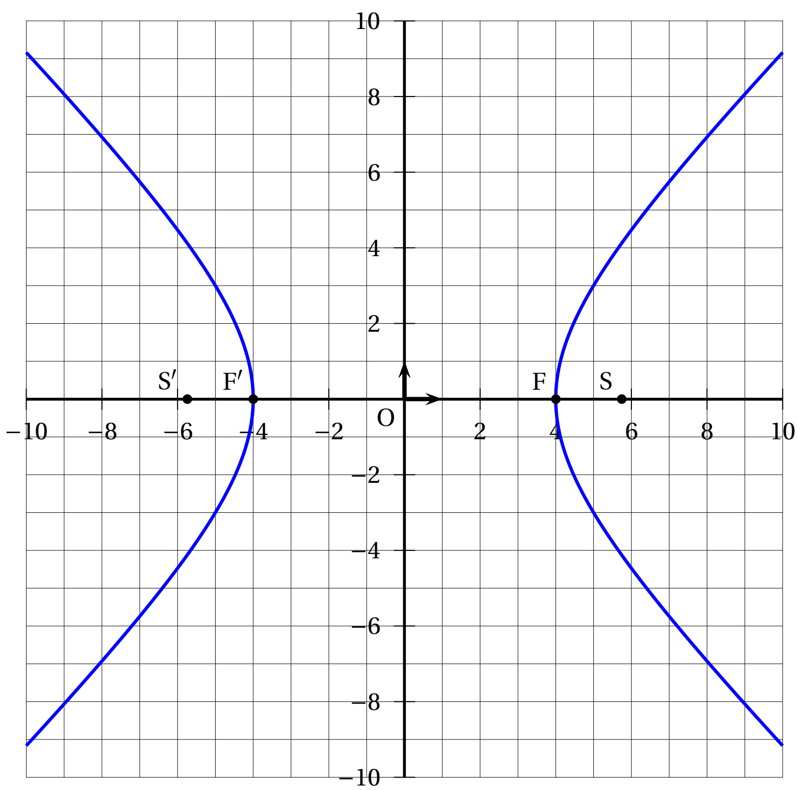
Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués septembre 2008
Métropole–La Réunion

EXERCICE 1 **8 points**

1. Une hyperbole (cours). $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{16} = 1 \iff \dfrac{x^2}{4^2} - \dfrac{y^2}{4^2} = 1$. Donc $a = 4$ et $b = 4$.
2. Les deux sommets ont pour coordonnées $\text{S}(0\,;\,4)$ et $\text{S}'(0\,;\,-4)$.
3. Les foyers ont pour coordonnées $\left(\sqrt{a^2+b^2}\,;\,0\right)$ soit $\text{F}\left(4\sqrt{2}\,;\,0\right)$ et $\text{F}'\left(-4\sqrt{2}\,;\,0\right)$.
4. C'est la troisième équation par définition de l'hyperbole de foyer F et F$'$.
5. On a $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 7\\ \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{16} &=& 1\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 7\\ \dfrac{49}{16}-\dfrac{y^2}{16} &=& 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 7\\ \dfrac{33}{16} &=& \dfrac{y^2}{16}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 7\\ 33 &=& y^2\end{array}\right.$
   Les deux points ont pour coordonnées :
   $\text{C}_1\left(7\,;\,\sqrt{33}\right)$ et $\text{C}_2\left(7\,;\,-\sqrt{33}\right)$.
6.



EXERCICE 2 **12 points**

1. **a.** $f'(x) = \text{e}^x - 2$.

   b. $f'(x) > 0 \iff \text{e}^x - 2 > 0 \iff \text{e}^x > 2 \iff \text{e}^x > \text{e}^{\ln 2} \iff x > \ln 2$ par croissance de la fonction exponentielle.
   Conclusion : $x > \ln 2 \Rightarrow f'(x) > 0$ et
   $x < \ln 2 \Rightarrow f'(x) < 0$.

2. On sait que $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$, donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

3. **a.** $[f(x) - (-2x)] = \mathrm{e}^x - 2x + 2x = \mathrm{e}^x$

b. Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (-2x)] = 0$.

c. Le résultat précédent signifie que la droite Δ d'équation $y = -2x$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$ au voisinage de moins l'infini.

4. Quel que soit le réel $x > 0$, $f(x) = \mathrm{e}^x - 2x = x\left(\dfrac{\mathrm{e}^x}{x} - 2\right)$.

On sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$, donc par produit de limites, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

5.

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$2 - 2\ln 2$	↗ $+\infty$

6. Le coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 0 est le nombre $f'(0) = \mathrm{e}^0 - 2 = 1 - 2 = -1$.

7.

x	-3	-2	-1	0	$0{,}7$	1	2	$2{,}5$
$f(x)$	6,05	4,14	2,37	1	0,61	0,72	3,39	7,18

8. Voir plus bas.

9. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\mathrm{e}^x - x^2\right]_0^1 = \mathrm{e} - 1 - (1 - 0) = \mathrm{e} - 2$ (unités d'aire).

10. **a.** Voir plus bas.

b. L'unité d'aire vaut $2 \times 2 = 4$ cm^2. Donc la valeur exacte, en cm^2, de l'aire de la partie hachurée est égale :
$\mathscr{A} = 4(\mathrm{e} - 2) \approx 2,87\ \left(\text{cm}^2\right)$.