Corrigé du Baccalauréat STI Arts appliqués
Métropole–La Réunion 21 juin 2012

EXERCICE 1 **10 points**

Partie A

1.

	J	$\overline{\text{J}}$	total
S	5 %	31 %	36 %
$\overline{\text{S}}$	55 %	9 %	64 %
total	60 %	40 %	100 %

2. Définir par une phrase les évènements suivants et calculer les probabilités de ces évènements :

a. $\text{S} \cap \overline{\text{J}}$: « pratiquer le self-défense mais pas le judo » ;
$p\left(\text{S} \cap \overline{\text{J}}\right) = \dfrac{36-5}{100} = \dfrac{31}{100} = 0,31$.

b. $\overline{\text{S}} \cap \text{J}$: « pratiquer le judo mais pas le self-défense » ;
$p\left(\overline{\text{S}} \cap \text{J}\right) = \dfrac{60-5}{100} = \dfrac{55}{100} = 0,55$.

c. $\overline{\text{S}} \cap \overline{\text{J}}$: « ne pratiquer ni le self-défense ni le judo » ;
$p\left(\overline{\text{S}} \cap \overline{\text{J}}\right) = \dfrac{9}{100} = 0,09$.

Partie B

1. On lit $\text{A}(5\,;\,0)$, $\text{A}'(-5\,;\,0)$, $\text{B}(0\,;\,4)$ et $\text{B}'(0\,;\,-4)$.

2. L'équation de (E) est $\dfrac{x^2}{5^2} + \dfrac{y^2}{4^2} - 1 = 0$ ou $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} - 1 = 0$.
L'abscisse c d'un foyer vérifie $a^2 = b^2 + c^2$, avec $a = 5$ et $b = 4$, d'où $5^2 = 4^2 + c^2$ ou $\text{c}^2 = 5^2 - 4^2 = 9 = 3^2$, d'où $c = 3$ ou $c = -3$.
On a donc $\text{F}(3\,;\,0)$ et $\text{F}'(-3\,;\,0)$.

3. Comme OC = 3, l'aire du disque de diamètre [FF′] est égale à $\pi \times 3^2 = 9\pi$.

4. L'aire de la surface délimitée par l'ellipse est égale à :
$\pi \times \text{OA} \times \text{OB} = \pi \times 5 \times 4 = 20\pi$, soit plus du double de l'aire du disque. Le souhait n'est pas réalisé.

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A

1. On lit : $f(-1) = 0$, $f(0) = 1$ et $f(1) = 0$
2. L'équation réduite de (EF) étant $y = ax + b$, on a :
$\left\{\begin{array}{rcl} 0 &=& -1a+b \\ 1 &=& 0a+b \end{array}\right.$
D'où $b = 1$, puis $b = a = 1$
L'équation réduite de la droite (EF) est $y = x + 1$.
Si Marine a raison le coefficient directeur de la tangente en F est égal au nombre dérivé $f'(0)$ soit $f'(0) = 1$.
3. Si Julien a raison, on a $f'(0,4) = 0$.

Partie B

1. On calcule :
$f(-1) = \left(1-(-1)^2\right)\mathrm{e}^{-1} = 0 \times \mathrm{e}^{-1} = 0$;
$f(0) = \left(1-0^2\right)\mathrm{e}^{0} = 1 \times 1 = 1$;
$f(1) = \left(1-1^2\right)\mathrm{e}^{1} = (1-1)\mathrm{e}^{1} = 0$.
Les valeurs sont les mêmes que celles obtenues par lecture graphique.
2. **a.** En dérivant le produit on obtient :
$f'(x) = -2x\mathrm{e}^{x} + \left(1-x^2\right)\mathrm{e}^{x} = \left(-x^2-2x+1\right)\mathrm{e}^{x}$.
b. On en déduit :
$f'(0) = (-0-0+1)\,\mathrm{e}^{0} = 1 \times 1 = 1$;
$f'(0,4) = \left(-0,4^2-2\times 0,4+1\right)\mathrm{e}^{0,4} = (-0,16-0,8+1)\times \mathrm{e}^{0,4} = 0,04\mathrm{e}^{0,4} \approx 0,06 \neq 0$.
3. Celle de Marine est validée, celle de Julien est infirmée.
a. L'équation $-x^2-2x+1 = 0$. On a $\Delta = 4-(-4) = 8 = \left(2\sqrt{2}\right)^2$.
Le discriminant étant supérieur à zéro, l'équation a deux racines réelles :
$\dfrac{2+2\sqrt{2}}{2\times(-1)} = -1-\sqrt{2} \approx -2,414$ et $-1+\sqrt{2} \approx 0,414$.
On sait que :
   - $-x^2-2x+1 < 0$ sur $\left]-1+\sqrt{2}\,;\,1\right[$;
   - $-x^2-2x+1 > 0$ sur $\left]-1\,;\,-1+\sqrt{2}\right[$.

   b. La question précédente montre que :
   - sur $\left]-1\,;\,-1+\sqrt{2}\right[$ la fonction f est croissante ;
   - sur $\left]-1+\sqrt{2}\,;\,1\right[$ la fonction f est décroissante.

   Le maximum est égal à $f\left(-1+\sqrt{2}\right) = \left(1-\left(-1+\sqrt{2}\right)^2\right)\mathrm{e}^{-1+\sqrt{2}} = \left(1-1-2+2\sqrt{2}\right)\mathrm{e}^{-1+\sqrt{2}} = \left(-2+2\sqrt{2}\right)\mathrm{e}^{-1+\sqrt{2}} \approx 1,253$.

Partie C

1. On calcule sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$:
$F'(x) = (2-2x)\mathrm{e}^{x} + \left(-1+2x-x^2\right)\mathrm{e}^{x} = \mathrm{e}^{x}\left(2-2x-1+2x-x^2\right) = \left(1-x^2\right)\mathrm{e}^{x} = f(x)$.
La fonction F est donc une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
2. On a vu que sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$ la fonction f est positive, donc l'aire exacte, en unité d'aire, de la surface comprise entre l'axe des abscisses, la courbe (C), les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$ est égale à l'intégrale :
$\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_{-1}^{1} = F(1)-F(-1) = \left(-1+2\times 1-1^2\right)\mathrm{e}^{1}-\left[\left(-1+2\times(-1)-(-1)^2\right)\mathrm{e}^{-1}\right] = 4\mathrm{e}^{-1} \approx 1,47$.
On vérifie sur la figure que l'aire vaut environ 6 carreaux de 0,25 environ.

Annexe à l'exercice 1 - À joindre à la copie