

Durée : 4 heures

✧ Corrigé du baccalauréat STI Génie mécanique, civil ✧
Métropole septembre 2008

EXERCICE 1

6 points

1. $Z^2 + 2Z + 4 = 0 \iff (Z+1)^2 - 1 + 4 = 0 \iff (Z+1)^2 + 3 = 0 \iff (Z+1)^2 - (i\sqrt{3})^2 = 0 \iff (Z+1+i\sqrt{3})(Z+1-i) = 0.$

On a donc $S = \{-1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}\}.$

2. a. $|Z_A|^2 = 1 + 3 = 4 = 2^2 \Rightarrow |Z_A| = 2.$

On peut alors écrire $Z_A = 2 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right).$

Un argument de Z_A est donc $\frac{2\pi}{3}.$

b. $Z_B = \overline{Z_A}$ entraîne que $|Z_B| = 2$ et qu'un argument de Z_B est $-\frac{2\pi}{3}.$

c. Voir la figure.

d. $OA = OB = OC = 2$; donc O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Dans ce cercle $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{3}.$ De même $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3};$ donc le troisième angle a aussi pour mesure $\frac{\pi}{3}.$ Le triangle ABC est donc équilatéral.

3. a. $Z_D = e^{-i\frac{2\pi}{3}} Z_B = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (-1 - i\sqrt{3}) = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = -2.$

b. Voir la figure.

c. On a $OD = 2 = OB$; OBD est donc un triangle isocèle en O et D appartenant au cercle

$(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{PC}) = \frac{\pi}{3}.$ Il en résulte que les trois angles du triangle OBD ont la même mesure : il est donc équilatéral; de plus A et B étant symétriques autour de (OD) $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}) = (\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA}) = \frac{\pi}{3}$ et le triangle OAD est lui aussi équilatéral.

Il en résulte donc que $OB = BD = DA = AO = 2.$ Le quadrilatère BDAO est donc un losange. (mais pas un carré puisque l'angle \hat{D} a pour mesure $\frac{2\pi}{3}.$)

EXERCICE 2

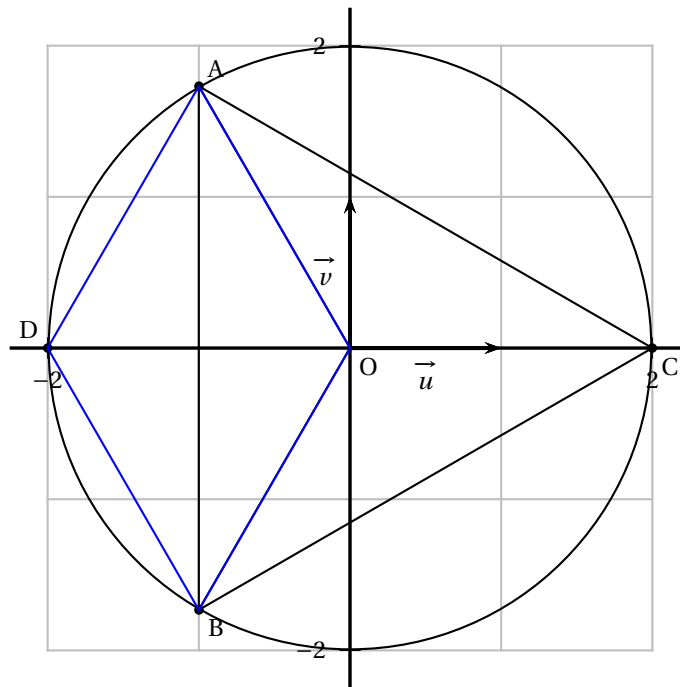
5 points

Partie I

	chaîne A	chaîne B	total
1. nombre d'objets défectueux	63	6	69
nombre d'objets non défectueux	837	294	1 131
total	900	300	1 200

2. a. $p = \frac{63}{1200} = \frac{21}{400}.$

b. $P = \frac{1131}{1200} = \frac{377}{400}.$



Partie II

1.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,9425	0,0318	0,0197	0,006

2. a.

nombre de défauts	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,9425	0,0318	0,0197	0,006
prix de vente en €	56	15	10	1

b. $E(Y) = 0,9425 \times 56 + 0,0318 \times 15 + 0,0197 \times 100,006 \times 1 = 53,46 \text{ €}$.

PROBLÈME

9 points

Étude de l'énergie fournie par le rayonnement solaire

1.

heure solaire	6 h	7 h	8 h	9 h	10 h	11 h	12 h	13 h	14 h	15 h	16 h	17 h	18 h
inclinaison θ du soleil (en °)	0	10,5	20,7	30	37,7	43	45	43	37,7	30	20,7	10,5	0
rayonnement solaire $p(\theta)$ (en W/m^2)	0	350	615	744	812	846	856	846	812	744	744	350	0

Tableau 1

2.

a.

heure solaire	6 h	7 h	8 h	9 h	10 h	11 h	12 h
temps t (en heures)	0	1	2	3	4	5	6
rayonnement solaire $f(t)$ (en W/m^2)	0	386	598	715	778	813	833

Tableau 2

b. $f'(t) = 856 \times (-1) \times (-0,6)e^{-0,6t} = 513,6e^{-0,6t}$

Or quel que soit $u \in \mathbb{R}$, $e^u > 0$, donc quel que soit t réel, $f'(t) > 0$ et la fonction f est croissante sur $[0; 6]$

t	0	6
$f'(t)$	+	
$f(t)$	0	833

c.

d. Voir la figure à la fin.

e. On a $f'(0) = 513,6$. L'équation de la tangente \mathcal{T} est donc :

$$M(x; y) \in \mathcal{T} \iff y - 0 = 513,6(x - 0) \iff y = 513,6x.$$

f. Pas tout à fait.

$$3. E = 2 \int_0^6 f(t) dt = 1712 \int_0^6 (1 - e^{-0,6t}) dt = 1712 \left[t + \frac{1}{0,6} e^{-0,6t} \right]_0^6 =$$

$$1712 \left[6 + \frac{1}{0,6} e^{-0,6 \times 6} - 0 - \frac{1}{0,6} e^{-0,6 \times 0} \right] = 1712 \left(6 + \frac{5}{3} e^{-3,6} - \frac{5}{3} \right) = 1712 \left(\frac{13}{3} + \frac{5}{3} e^{-3,6} \right).$$

On a $E \approx 7497$ (Wh)

4. a. On a $\frac{1206000}{7497} \approx 160,86 \approx 161$ (jours).

b. Énergie convertie en une année :

$1206 \times 0,20 \times 10000000 \approx 5998 \cdot 10^6$ (kWh) soit $241,2 \cdot 10^6$ (kWh) Le nombre d'habitants bénéficiant de ce système est donc égal à :

$$\frac{241,2 \cdot 10^6}{700} \approx 344571.$$

