Corrigé du baccalauréat STI Antilles–Guyane juin 2008
Génie électronique, électrotechnique et optique

EXERCICE 1 **5 points**

1. **a.** Vrai : évident ;
   b. Faux : $P(x) = \left(x^2-4x+3\right)(2x+3) = 2x^3+3x^2-8x^2-12x+6x+9 = 2x^3+11x^2-6x+9$;
   c. Faux : $2\text{e}^x > 0 \Rightarrow 2\text{e}^x+3 > 3$, donc le dernier facteur ne peut s'annuler : il n'y a que deux solutions.
2. **a.** Vrai : $z^2-2z\sqrt{2}+4=0 \iff \left(z-\sqrt{2}\right)^2-2+4=0 \iff \left(z-\sqrt{2}\right)^2+2=0 \iff \left(z-\sqrt{2}\right)^2-\left(\text{i}\sqrt{2}\right)^2=0 \iff \left(z-\sqrt{2}+\text{i}\sqrt{2}\right)\left(z-\sqrt{2}-\text{i}\sqrt{2}\right)=0$
   Les solutions sont $\sqrt{2}-\text{i}\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}+\text{i}\sqrt{2}$
   b. Faux $z_2 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\text{i}\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\left(\cos-\frac{\pi}{4}+\text{i}\sin-\frac{\pi}{4}\right)$, donc un argument de z_2 est $-\dfrac{\pi}{4}$.
   c. Faux : le module de z_1 est égal à celui de z_2 soit 2.
3. **a.** Vrai : voir le cours ;
   b. Vrai : il suffit de vérifier ;
   c. Faux : la fonction est bien solution de (E), mais $k(0) = -\sqrt{2} \neq \sqrt{2}$.

EXERCICE 2 **5 points**

1. **a.** $p_1 = \dfrac{6}{140} = \dfrac{3}{70}$.
   b. $p_2 = \dfrac{15+19+21+4}{140} = \dfrac{59}{140}$.
   c. $p_3 = \dfrac{5+9+6+0+59}{140} = \dfrac{79}{140}$.
2. Il y a 19 + 21 = 40 tiges vérifiant les deux conditions ; la probabilité cherchée est donc égale à $\dfrac{40}{140} = \dfrac{2}{7}$.
3. **a.** Il y a $5+9+6=20$ tiges de longueur 84. La probabilité cherchée est donc égale à $\dfrac{20}{140} = \dfrac{1}{7}$.
   b.

x_i	84	85	86	87
$p(X=x_i)$	$\dfrac{20}{140}$	$\dfrac{59}{140}$	$\dfrac{37}{140}$	$\dfrac{24}{140}$

   c. La probabilité est égale à $\dfrac{37}{140}+\dfrac{24}{140}+\dfrac{59}{140} = \dfrac{120}{140} = \dfrac{6}{7}$.
   d. $\text{E}(X) = 84\times\dfrac{20}{140}+85\times\dfrac{59}{140}+86\times\dfrac{37}{140}+87\times\dfrac{24}{140} = \dfrac{84\times20+85\times59+86\times37+87\times24}{140} = \dfrac{11\,965}{140} \approx 85,46$ (mm).

PROBLÈME **10 points**

Partie A

1. On a $f(0) = -1 \iff c\text{e}^0 = -1 \iff c = -1$.

2. **a.** On a donc $f(x) = \left(ax^2 + bx - 1\right)\text{e}^x$, donc $f'(x) = (2ax+b)\text{e}^x + \left(ax^2 + bx - 1\right)\text{e}^x =$
$\text{e}^x\left(ax^2 + bx - 1 + 2ax + b\right) = \text{e}^x\left[ax^2 + x(2a+b) + b - 1\right]$.

b. Les deux dernières données se traduisent par :

$$\left\{\begin{array}{l c l} f'(0) & = & 0\\ f(1) & = & 2\text{e}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b-1 & = & 0\\ \text{e}(a+b-1) & = & 2\text{e}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b & = & 1\\ a+b & = & 3\end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{l c l} b & = & 1\\ a+1 & = & 3\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b & = & 1\\ a & = & 2\end{array}\right.$$

Donc $f(x) = \left(2x^2 + x - 1\right)\text{e}^x$.

Partie B

1. **a.** Comme $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \text{e}^x = +\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

b. En écrivant $f(x) = 2x^2\text{e}^x + x\text{e}^x - \text{e}^x$ et compte tenu du fait que pour tout entier naturel n, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x^n\text{e}^x = 0$, on a $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

Géométriquement : l'axe des abscisses est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ au voisinage de moins l'infini.

2. **a.** On avait déjà vu que $f'(x) = \text{e}^x\left[ax^2 + x(2a+b) + b - 1\right] = \text{e}^x\left[2x^2 + 5x\right] = x(2x+5)\text{e}^x$.

b. On sait que pour tout $x, \text{e}^x > 0$; donc le signe de $f'(x)$ est celui du trinôme $x(2x+5)$, c'est-à-dire positif, sauf entre les racines $-\dfrac{5}{2}$ et 0.

c. On a donc le tableau de variations suivant :

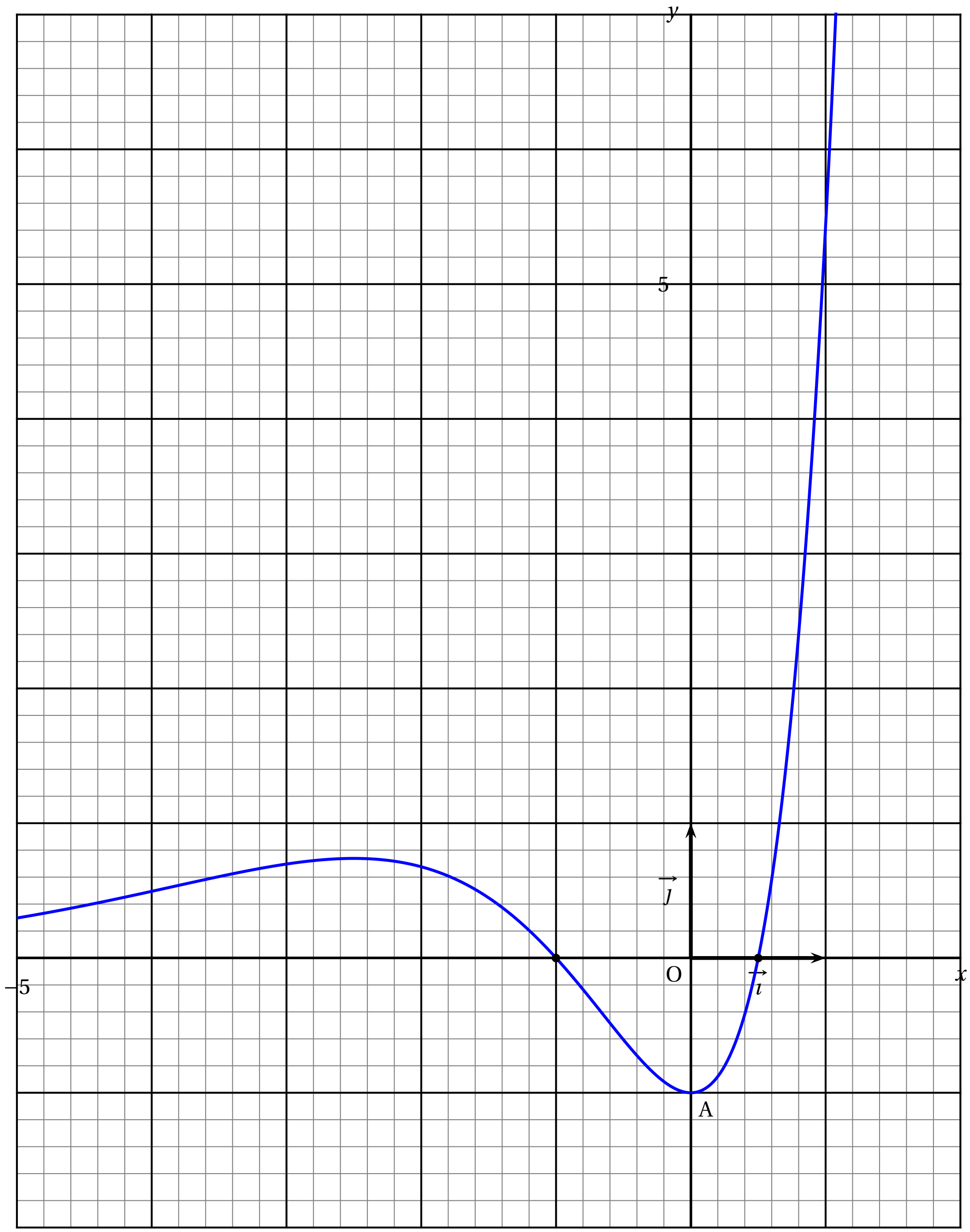
x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	$9\text{e}^{-\frac{5}{2}}$	↘	-1	↗	$+\infty$

3. $f(x) = 0 \iff \left(2x^2 + x - 1\right)\text{e}^x = 0 \iff 2x^2 + x - 1 = 0$, (car $\text{e}^x \neq 0$).

On a $\Delta = 1 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 = 3^2$;

L'équation a deux solutions réelles : $x_1 = \dfrac{-1+3}{4} = \dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-1-3}{4} = -1$.

4. Voir la figure


y
5
$\vec{\jmath}$
O
$\vec{\imath}$
x
−5
A