∽ Corrigé du baccalauréat STI Métropole septembre 2012 ∾ Génie mécanique, des matériaux

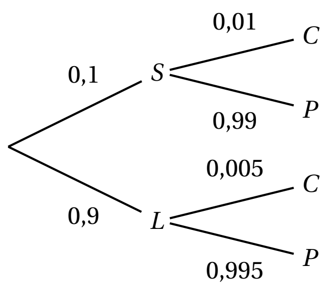
Exercice 1 **5 points**

1. L'équation caractéristique $4r^2+1=0$ a pour solutions $\frac{1}{2}\mathrm{i}$ et $-\frac{1}{2}\mathrm{i}$. La réponse est donc b.
2. $\frac{z_A}{z_B}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\frac{5\pi}{6}\ \frac{2\pi}{3}\right)}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\frac{9\pi}{6}\right)}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{2}}=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$. Réponse d.
3. $f(x)=x\left(\frac{\ln x}{x}-1\right)$. Or
   $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}-1\right)=-1$, donc par produit de limites $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$. Réponse a.
4. On sait que pour $n\in\mathbb{N},\quad u_n=2\times(-5)^n$, donc $u_3=2\times(-5)^3=2\times(-125)=-250$. Réponse d.
5. On sait que la somme des n premiers naturels est $\frac{n(n+1)}{2}$ donc avec $n=100$, la somme est égale à $\frac{100\times101}{2}=5\,050$. Réponse c.

Exercice 2 **5 points**

1. **a.** Les tickets comportent soit soleil-cœur, soleil-pique, soit lune-cœur, lune-pique, donc 4 types de tickets.

   b.



   D'après l'arbre de probabilités : $p(S\cap P)=p(S)\times p_S(L)=0,1\times0,99=0,099$; donc sur 10 000 tickets, il y a $10000\times0,099=990$ tickets soleil-pique.
2. Voir à la fin.
3. **a.** On a le tableau suivant :

style	S-C	S-P	L-C	L-P
$p(X=x_i)$	0,001	0,099	0,004 5	0,895 5
X	1 000	10	50	0

   $\mathrm{E}(X)=1\,000\times0,001+10\times0,099+50\times0,004\,5+0\times0,895\,5=1+0,99+0,225=2,215.$

   Ce nombre sur un grand nombre de parties représente le gain moyen par partie : à peu près 2,22 €.

b. La société va gagner pour la vente des 10 000 tickets :
$10000\times(3-2,215)=7\,850$ €de bénéfice...

Problème **10 points**

Partie A - Une propriété de la courbe représentative

1. On a $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{0,06x}}{\mathrm{e}^{0,03x}}+\frac{1}{\mathrm{e}^{0,03x}}=\mathrm{e}^{0,03x}+\mathrm{e}^{-0,03x}$.

2. $f(-x) = f(x)$ signifie que la courbe représentative de f est symétrique autour de l'axe des ordonnées.

Partie B - Étude de la fonction f

1. f(x) = $\mathrm{e}^{0,03x} + \mathrm{e}^{-0,03x}$, donc :

$f'(x) = 0,03\mathrm{e}^{0,03x} - 0,03\mathrm{e}^{-0,03x} = 0,03\left(\mathrm{e}^{0,03x} - \mathrm{e}^{-0,03x}\right) = 0,03\left(\dfrac{\mathrm{e}^{0,06x}}{\mathrm{e}^{0,03x}} - \mathrm{e}^{-0,03x}\right) = \dfrac{0,03\left(\mathrm{e}^{0,06x}-1\right)}{\mathrm{e}^{0,03x}}$.

2. **a.** $\mathrm{e}^{0,06x} - 1 > 0$ ou $\mathrm{e}^{0,06x} > 1$ ou en prenant le logarithme népérien par croissance de celui-ci $0,06x > 0$ soit enfin $x > 0$.

b. Comme $0,03 > 0$ et $\mathrm{e}^{0,03x} > 0$ quel que soit le réel x, le signe de $f'(x)$ est celui de $\mathrm{e}^{0,06x}$, donc $f'(x) > 0$ pour $x > 0$ et de même $f'(x) < 0$ pour $x < 0$.

La fonction est donc décroissante sue [110 ; 0] et croissante sur [0 ; 110].

On a $f(-110) = f(110) \approx 27,1495 et$f(0) = 1.

3. À l'aide du tableau de variation, donner en mètres :

a. Le câble OK mesure 1 m.

b. On a vu que AB = $f(110) \approx 27,1$ m.

Partie C - Étude de la résistance au vent

1. De $F(x) = \dfrac{100}{3}\left(\mathrm{e}^{0,03x} - \mathrm{e}^{-0,03x}\right)$, on déduit que :

$F'(x) = \dfrac{100}{3}\left(0,03\mathrm{e}^{0,03x} - \left(-\mathrm{e}^{-0,03x}\right)\right) = \mathrm{e}^{0,03x} + \mathrm{e}^{-0,03x} = f(x)$.

Cette égalité montre que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-110\ ;\ 110]$.

2. L'aire (en unité d'aire de la surface grisée est :

$\displaystyle\int_{-110}^{110} f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_{-110}^{110} = F(110) - F(-110) = \dfrac{100}{3}\left(\mathrm{e}^{0,03\times 110} - \mathrm{e}^{-0,03\times 110}\right) - \dfrac{100}{3}\left(\mathrm{e}^{0,03\times(-110)} - \mathrm{e}^{-0,03\times(-110)}\right) = \dfrac{100}{3}\left(\mathrm{e}^{3,3} - \mathrm{e}^{-3,3}\right) - \dfrac{100}{3}\left(\mathrm{e}^{-3,3} - \mathrm{e}^{3,3}\right) = \dfrac{200}{3}\left(\mathrm{e}^{3,3} - \mathrm{e}^{-3,3}\right)$.

Donc l'aire, exprimée en m^2, de la surface exposée à l'action du vent est égale en prenant le dixième de l'intégrale précédente à :

$\dfrac{20}{3}\left(\mathrm{e}^{3,3} - \mathrm{e}^{-3,3}\right) \approx 180,50$ soit au m^2 près 181 m^2.

Annexe (exercice 2) à rendre avec la copie

Nombre de tickets :

	avec un soleil	avec une lune	Total
avec un cœur	10	8 955	8 965
avec un pique	990	45	1 035
Total	1 000	9 000	10 000