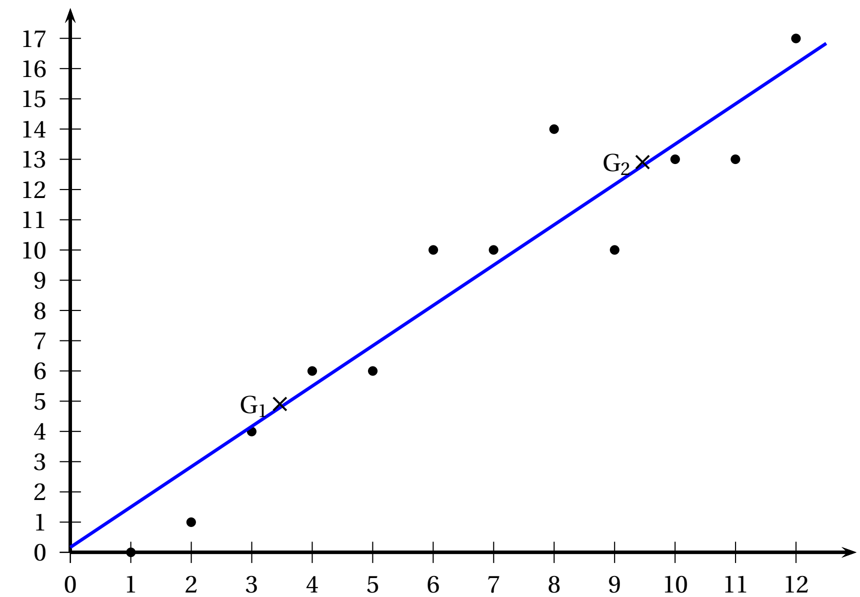
Durée : 2 heures

∽ Corrigé du baccalauréat STL Biochimie Métropole ∾ 17 juin 2011

EXERCICE 1 **8 points**

1.



2. On trouve $G_1\left(\frac{7}{2}\ ;\ \frac{29}{6}\right)$ et $G_2\left(\frac{19}{2}\ ;\ \frac{77}{6}\right)$

3. Voir ci-dessus

4. a. L'équation étant de la forme $y = ax + b$, on doit avoir :

$$\left\{\begin{array}{rcl}\frac{29}{6} & = & \frac{7}{2}a + b\\ \frac{77}{6} & = & \frac{19}{2}a + b\end{array}\right. \quad \text{d'où par différence :}$$

$\frac{77}{6} - \frac{29}{6} = a\left(\frac{19}{2} - \frac{7}{2}\right)$ ou $\frac{48}{6} = \frac{12}{2}a$ ou encore $8 = 6a$, d'où $a = \frac{4}{3}$.

En reportant dans la première équation :

$\frac{29}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{3} + b$, d'où $b = \frac{29}{6} - \frac{14}{3} = \frac{1}{6}$. D'où l'équation attendue.

b. Avec $x = 15$, on obtient $y = \frac{4}{3} \times 15 + \frac{1}{6} = 20 + \frac{}{6} \approx 20$ cas confirmés d'animaux atteints du virus.

5. Avec $x = 26$, on obtient $y = \frac{4}{3} \times 26 + \frac{1}{6} = \frac{104}{3} + \frac{1}{6} = \frac{208}{6} + \frac{1}{6} = \frac{208}{6} \approx 35$ cas confirmés d'animaux atteints du virus. Donc on ne fermera pas le refuge.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A : étude d'une fonction

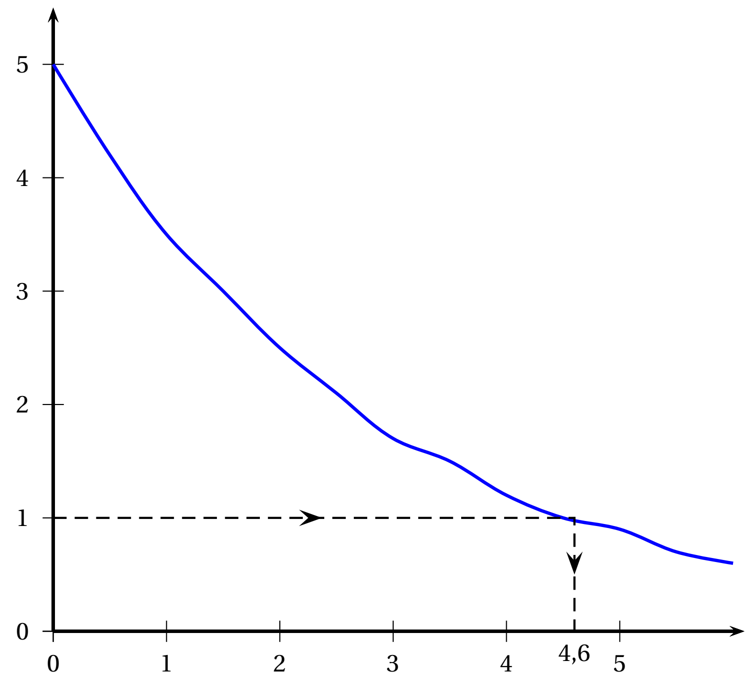
$$f(t) = 5\mathrm{e}^{-0,35t}.$$

1. f est dérivable sur $[0\,;6]$ et sur cet intervalle : $f'(t) = 5 \times (-0,35)\text{e}^{-0,35t} = -1,75\text{e}^{-0,35t}$.
On sait que quel que soit le réel t, ,$\text{e}^{-0,35t} > 0$, donc $f'(t) < 0$ sur $[0\,;\,6]$: la fonction f est décroissante sur $[0\,;6]$.

2.

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(t)$	5	4,2	3,5	3	2,5	2,1	1,7	1,5	1,2	1,0	0,9	0,7	0,6

3.



4. On a donc $f(t) \leqslant 1$ si $6 \geqslant t \geqslant 4,6$.

Partie B : injection d'un médicament

$$Q'(t) = -aQ(t), \quad \text{où } a \text{ est un réel.}$$

1. La solution générale de l'équation différentielle est $Q(t) = K\text{e}^{-at}$ avec K réel quelconque.
Ici on a $Q(0) = 5$ soit $K\text{e}^{-a\times 0} = 5$, d'où $K = 5$.
On a donc $Q(t) = 5\text{e}^{-at}$. t en heures et Q en milligrammes).

2. On a $Q(2) = \dfrac{5}{2} = 2,5$, soit $5\text{e}^{-a\times 2} = 2,5$ ou 2e^{-2a} ou encore $\text{e}^{-2a} = \dfrac{1}{2}$; en prenant le logarithme népérien :
$-2a = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ ou $-2a = -\ln 2$ et enfin $a = \dfrac{\ln 2}{2} \approx 0,35$ au centième près.
Conclusion : $q(t) = 5\text{e}^{-0,35t}$.

3. Il faut résoudre à la minute près l'inéquation :
$Q(t) < 1$, soit $5\text{e}^{-0,35t} < 1$ ou $\text{e}^{-0,35t} < \frac{1}{5}$ ou $\text{e}^{-0,35t} < 0,2$, d'où en prenant le logarithme
$-0,35t < \ln 0,2$ ou $0,35t > -\ln 0,2$ et enfin $t > \dfrac{-\ln 0,2}{0,35}$.
Or $\dfrac{-\ln 0,2}{0,35} \approx 4,598$, soit 4 h et 0,598 h ou 4 h et $0,598 \times 60 \approx 35,9$ min d'où finalement : la quantité de pénicilline présente dans le sang sera inférieure à 1 mg, 4 h 36 min après l'injection.