∽ Corrigé du baccalauréat STL Biochimie–Génie biologique ∾ Antilles-Guyane juin 2006

EXERCICE 1 **12 points**

1. En utilisant la définition $\dfrac{a}{b} = a \times \dfrac{1}{b}$, on peut écrire : $f(x) = (3+2\ln x) \times \dfrac{1}{x}$.

   Or $\displaystyle\lim_{x\to 0} 3+2\ln x = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to 0} \dfrac{1}{x} = +\infty$, donc par produit de limites $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$.
   Graphiquement ce résultat signifie que l'axe des ordonnées d'équation $x = 0$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage de zéro.

2. En utilisant la formule de la dérivée d'un quotient comme f est dérivable sur $]0\,;\,4]$:
   $f'(x) = \dfrac{\frac{2}{x} \times x - (3+2\ln x) \times 1}{x^2} = \dfrac{2-3-2\ln x}{x^2} = \dfrac{-1-2\ln x}{x^2}$.

3. **a.** $-1-2\ln(x) = 0 \iff -1 = 2\ln x \iff -\dfrac{1}{2} = \ln x \iff$ (par croissance de la fonction exponentielle) $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} = \mathrm{e}^{\ln x} = x$.
   $x = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} \approx 0,61$ au centième près.

   b. $-1-2\ln(x) > 0 \iff -1 > 2\ln x \iff \ldots \iff \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} > x \iff x < \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$.

   c. Comme $x^2 > 0$ sur $]0\,;\,4]$, le signe de $f'(x)$ est celui du numérateur
   $-1-2\ln x$. Le résultat précédent signifie que la dérivée $f'(x)$ est positive sur $\left]0\,;\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\right[$.
   On aurait de même $f'(x) < 0$ sur $\left]\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\,;\,4\right]$.
   La fonction est donc croissante puis décroissante avec un maximum
   $f\left(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\right) = \dfrac{3+2\ln \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}}{x} = \dfrac{3-1}{\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}} = \dfrac{2}{\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}} = 2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$ ou encore $2\sqrt{\mathrm{e}} \approx 3,3$.
   On a donc le tableau de variations suivant :

x	0		$\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$		4
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$	$\searrow$	$f(4)$

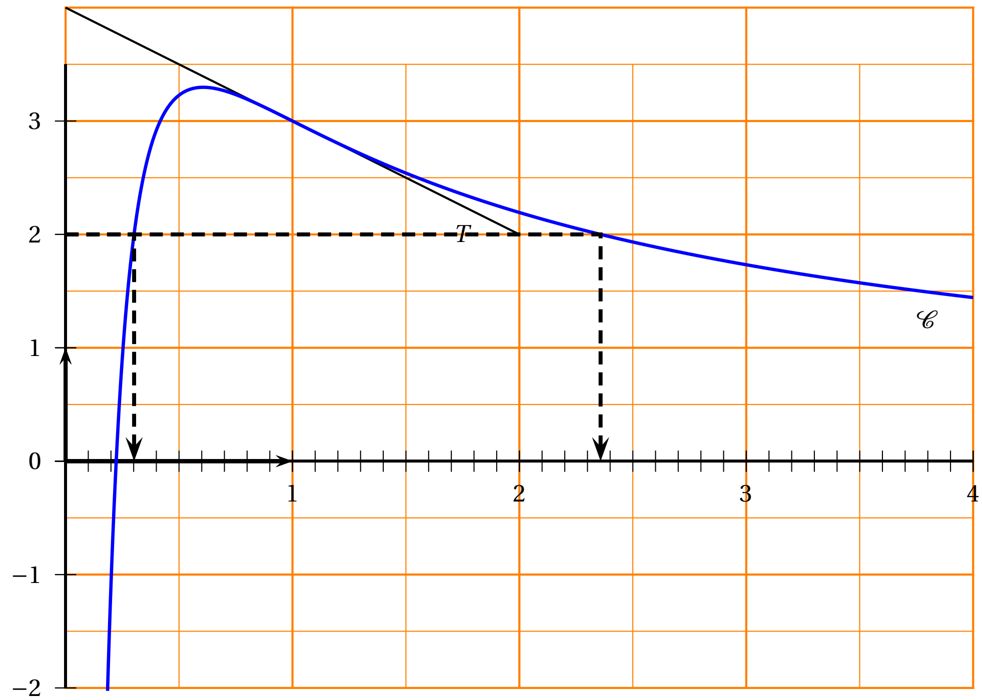
4. **a.**

x	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	3	4
$f(x)$	$-1,09$	1,97	2,92	3,30	3,19	3	2,54	2,19	1,73	1,44

   b. Une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1 est
   $y = f(1) + f'(1)(x-1)$.
   $f(1) = 3$ et $f'(1) = \dfrac{-1-2\ln 1}{1^2} = -1$, donc une équation de T est $y = 3 + -1(x-1)$ ou
   $y = -x+4$.

   c. Voir à la fin.

   d. On trace la droite d'équation $y = 2$ qui coupe la courbe $\mathscr{C}$ en deux points dont on trouve l'abscisse en les projetant sur l'axe des abscisses. On lit $x \approx 0,3$ et $x \approx 2,35$.

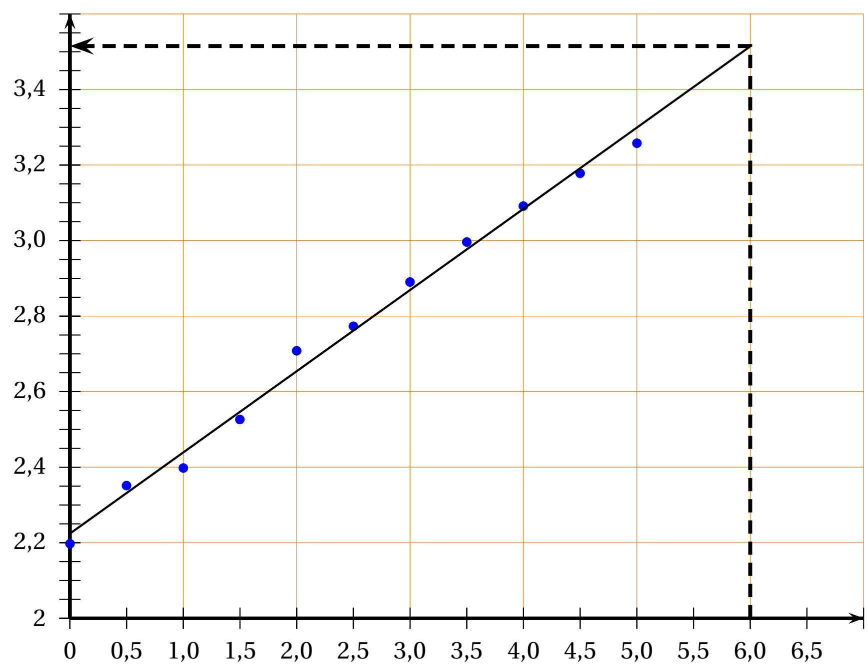


EXERCICE 2 **8 points**

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = \ln(N)$	2,197	2,351	2,398	2,526	2,708	2,773	2,890	2,996	3,091	3,178	3,258

2.



3. a. On trouve G$(2,5\ ;\ 2,761)$ approximativement.

b. D a une équation de la forme :

$y = 0,215t + b$. Or $\text{G}(2,5\ ;\ 2,761) \in D \iff 2,761 = 0,215 \times 2,5 + b \iff b = 2,761 - 0,5375 = 2,2235 \approx 2,224$.

Une équation de D est donc $y = 0,215t + 2,224$.

c. On trace la droite D contenant G et le point (0 ; 2,224)

On trace la droite d'équation $t = 6$ qui coupe la droite D en un point dont on trouve l'ordonnée en le projetant sur l'axe des ordonnées ; on lit $y \approx 3,515$ et comme $y = \ln N$, on a $N = \text{e}^{3,514} \approx 33,6$ milliers de bactéries par millilitre soit environ 33 600 bactéries par millilitre.