∽ Corrigé du baccalauréat STL Polynésie ∾ juin 2008 Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **8 points**

1.

choix / bilan	tableau	schéma	total
avec erreur	3	1	4
sans erreur	21	7	28
total	24	8	32

2. **a.** $\overline{\text{T}}$: « L'élève a utilisé un schéma ».

   b. $\text{T} \cap \text{E}$: « L'élève a utilisé un tableau et a commis une erreur » ;
   $\text{T} \cup \text{E}$: « L'élève a utilisé un tableau ou a commis une erreur » ;
   $\text{T} \cap \overline{\text{E}}$: « L'élève a utilisé un tableau et n'a pas commis d'erreur » ;
   $\overline{\text{T}} \cap \overline{\text{E}}$: L'élève a utilisé un schéma et n'a pas commis d'erreur »

   c. $p(\text{T} \cap \text{E}) = \dfrac{3}{32}$.
   $p(\text{T} \cup \text{E}) = \dfrac{25}{32}$.
   $p\left(\text{T} \cap \overline{\text{E}}\right) = \dfrac{21}{32}$.
   $p\left(\overline{\text{T}} \cap \overline{\text{E}}\right) = \dfrac{7}{32}$.

3. 4 élèves sur 32 ont commis une erreur ; donc 28 sur 32 n'ont pas commis d'erreur soit un pourcentage de : $\dfrac{24}{32} \times 100 = \dfrac{3}{4} \times 100 = 75$ (%).

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

1. $f(0) = -2$.
2. On lit $2,75 < x_0 < 3,00$ si x_0 est la solution de l'équation $f(x) = 0$.
3. On trace la droite d'équation $y = -1$ qui coupe $\mathscr{C}$ en un point dont on trouve l'abscisse en le projetant sur l'axe des abscisses. On lit à peu près 2,9.
   L'ensemble solution est donc l'intervalle [0 ; 2,9].
4. L'équation étant de la forme $y = ax + b$, on écrit que les coordonnées de A et de B vérifient cette équation, soit :
   $\left\{\begin{array}{lcl} -2 & = & 0 + b \\ -0,5 & = & 3a + b \end{array}\right. \Rightarrow b = -2$ puis $3a = -0,5 - (-2) = 1,5 \iff a = 0,5$.
   Une équation de la droite (AB) est donc : $y = 0,5x - 2$.
5. Si la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ en A, son coefficient directeur 0,5 est le nombre dérivé de la fonction f e, 0 ; donc $f'(0) = 0,5$.

Partie B

Dans toute la suite de l'exercice on considère la fonction f définie sur l'intervalle
D = [0 ; +∞[par :

$$f(x) = x - 3 + \frac{2}{\text{e}^x + 1}$$

1. $f(0) = 0 - 3 + \dfrac{2}{\mathrm{e}^0 + 1} = -3 + \dfrac{2}{1+1} = -2.$

2. a. f est dérivable sur D et sur cet intervalle :

$f'(x) = 1 - \dfrac{2\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}.$

b. On en déduit $f'(0) = 1 - \dfrac{2\mathrm{e}^0}{\left(\mathrm{e}^0 + 1\right)^2} = 1 - \dfrac{2}{2^2} = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}.$

On sait qu'une équation de la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point A d'abscisse 0 est $y = f(0) + f'(0)(x - 0) = -2 + \dfrac{1}{2}x.$

3. $f'(x) > 0 \iff 1 - \dfrac{2\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2} > 0 \iff 1 > \dfrac{2\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2} \iff (\mathrm{e}^x + 1)^2 > 2\mathrm{e}^x \iff \mathrm{e}^{2x} + 1 + 2\mathrm{e}^x > 2\mathrm{e}^x \iff \mathrm{e}^{2x} + 1 > 0.$

Or cette inéquation est vérifiée par tout réel, donc $f'(x) > 0$ sur D. La fonction f est donc strictement croissante de $f(0) = -2$ à plus l'infini (voir à la fin).

4. On a $f(0) = -2 < 0$ et $f(3) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^3 + 1} \approx 0,09 > 0.$

La fonction étant strictement croissante sur l'intervalle $[0~;~3]$, il existe une valeur unique α telle que $f(\alpha) = 0$.

(La calculatrice donne $2,8 < \alpha < 2,9$).

5. Calculer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1} = 0$, donc $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (x - 3) = +\infty.$

ANNEXE (Exercice 2)