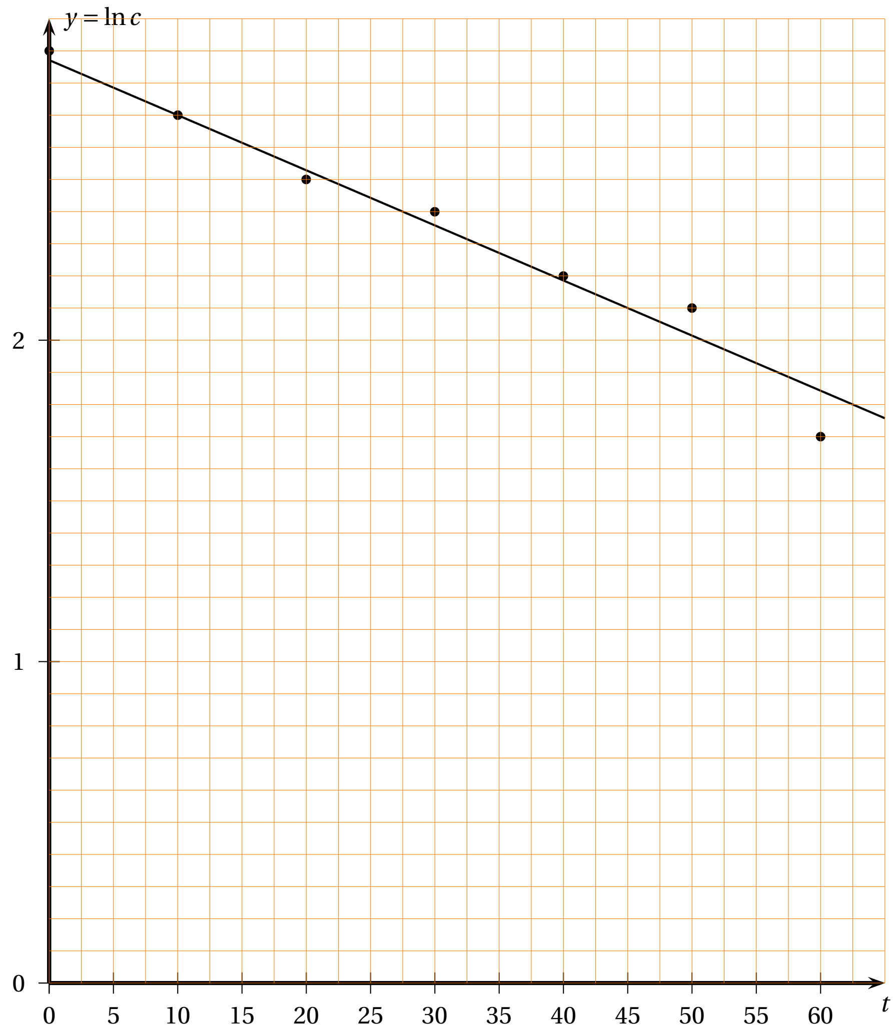
Corrigé du baccalauréat STL La Réunion juin 2008 Biochimie–Génie biologique

EXERCICE 1 **9 points**

1.

t_i	0	10	20	30	40	50	60
$y_i = \ln c_i$	2,9	2,7	2,5	2,4	2,2	2,1	1,7

2.



Les points sont sensiblement alignés : un ajustement affine paraît justifié.

3. **a.** On trouve $G_1(10\ ;\ 2,7)$ et $G_2(45\ ;\ 2,1)$

b. Voir le graphique

c. Une équation de la droite est $y = at+b$. Les coordonnées de G_1 et de G_2 vérifient l'équation, soit :

$\left\{\begin{array}{rcl} 2,7 & = & 10a+b \\ 2,1 & = & 45a+b \end{array}\right. \Rightarrow$ (par différence) $-0,6 = 35a \iff a = -\dfrac{0,6}{35}$ puis $b = 2,7-10a = 2,7-10\times\left(-\dfrac{0,6}{35}\right) = \dfrac{100,5}{35}$.

Une équation de la droite (G_1G_2) est donc $y = -\dfrac{0,6}{35}t + \dfrac{100,5}{35}$ ou en arrondissant au dixième $y = -0,02t + 2,9$.

4. a. Si $c = 4$, alors $y = \ln c = \ln 4$. Il faut résoudre l'équation :

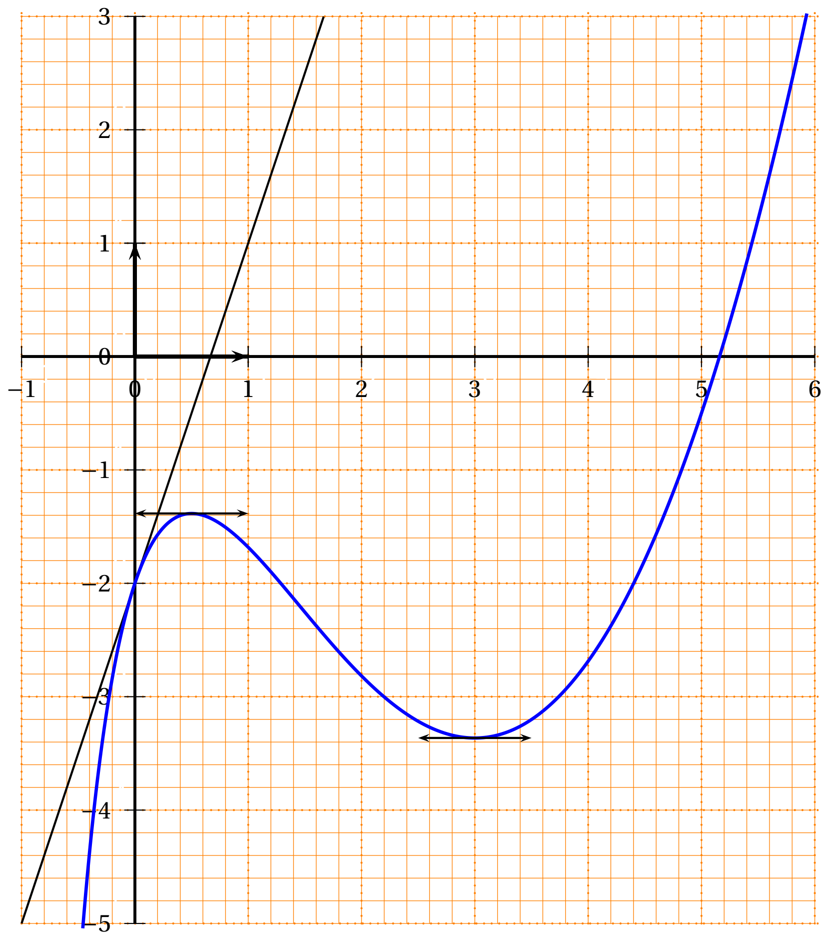
$\ln 4 = -0,02t + 2,9 \iff 0,002t = 2,9 - \ln 4 \iff t = \dfrac{2,9-\ln 4}{0,02} \approx 76$ (min) soit environ 1 h 16 min.

b. 1 h 10 min correspond à $t = 70$; donc $y = -0,02\times 70 + 2,9 = -1,4 + 2,9 = 1,5 = \ln c$.
Donc $c = \mathrm{e}^{1,5} \approx 4,5$ à 0,1 près.
La concentration plasmatique au bout de 1 h 10 min sera environ de 4,5 μg/ml.

EXERCICE 2 — 11 points

Partie A : lecture graphique

1. n lit à peu près $f(1) \approx -1,7$ à 0,1 près.
2. La droite d'équation $y = -3$ coupe la courbe en trois points dont les abscisses sont à peu près : $-0,2 \quad 2,2 \quad 3,7$ à 0,1 près.
   Ce sont les trois solutions de l'équation $f(x) = -3$.
3. On a $f'(0,5) = 0$ et $f'(3) = 0$.
   La tangente en $(0\,;\,-2)$ contient aussi le point $(1\,;\,1)$; son coefficient directeur est égal à $\dfrac{1-(-2)}{1-0} = 3$, donc $f'(0) = 3$.
4. Si $f'(x) \leqslant 0$, la fonction est décroissante ; or f n'est décroissante que sur l'intervalle $]0,5\ ;\ 3[$.



Partie B : étude d'une fonction

1. $\lim\limits_{x \to -1} (x+1) = 0$, donc $\lim\limits_{x \to -1} \ln(x+1) = -\infty$ et comme $\lim\limits_{x \to -1} x^2 - 9x = 10$,
$\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$.
2. f est dérivable sur $]-1\ ;\ +\infty[$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = 2x - 9 + 12\dfrac{1}{x+1} = \dfrac{(2x-9)(x+1)+12}{x+1} = \dfrac{2x^2+2x-9x-9+12}{x+1} = \dfrac{2x^2-7x+3}{x+1}$.
3. Sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$, $(x+1) > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui du numérateur $2x^2-7x+3$ qui est un trinôme.
$\delta = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 = 5^2$.
Les deux racines réelles sont donc :
$$\frac{7+5}{2 \times 2} = 3 \quad \text{et} \quad \frac{7-5}{2 \times 2} = 0,5.$$
Le trinôme est positif sauf sur $]0,5\ ;\ 3[$, ce qui correspond bien au graphique : f est croissante sauf sur $]0,5\ ;\ 3[$
4. On en déduit le tableau de variations suivant :

x	-1		$0,5$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\approx -1,4$	$\searrow$	$\approx -3,4$	$\nearrow$	$+\infty$

5. Sur l'intervalle $[5\,;\,6]$ la fonction est strictement croissante. De plus :
$f(5) = 5^2 - 9 \times 5 - 2 + 12\ln(5+1) = -22 + 12\ln 6 \approx -0,5 < 0$ et
$f(6) = 6^2 - 9 \times 6 - 2 + 12\ln(6+1) = -20 + 12\ln 7 \approx 3 > 0$.
Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha \in [5\,;\,6]$.
La calculatrice donne $f(5,1) \approx -0,19$ et $f(5,2) \approx 0,13$, donc $\alpha \approx 5,2$ à 0,1 près.