Corrigé du Baccalauréat STL Biotechnologies
Métropole – 8 septembre 2022

EXERCICE 1 **commun à tous les candidats** **(4 points)**

(partie mathématiques)

Par la suite, on note f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ modélisant, en fonction du temps t, exprimé en secondes, la concentration de saccharose $f(t)$, exprimée en mol.L^{-1}.

Pour une évolution de la concentration donnée par une relation d'ordre 1, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y' = -6\cdot 10^{-7} y$$

5. L'équation différentielle $y' = ay$ a pour solutions les fonctions f définies par $f(t) = k\,\mathrm{e}^{at}$ avec $k \in \mathbb{R}$, donc les solutions de l'équation différentielle (E) sont définies par $f(t) = k\,\mathrm{e}^{-6\cdot 10^{-7} t}$ avec $k \in \mathbb{R}$.
   $f(0) = 0,3 \iff k\,\mathrm{e}^{-6\cdot 10^{-7}\times 0} = 0,3 \iff k = 0,3$
   La solution cherchée est la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = 0,3\,\mathrm{e}^{-6\cdot 10^{-7} t}$.
6. $60 \times 24 \times 60 \times 60 = 5\,184\,000$ donc 60 jours correspondent à $5\,184\,000$ secondes.
   $f(5\,184\,000) \approx 0,013$ donc il reste environ $1,3\,\%$ de quantité de matière de saccharose dans la canette au bout de 60 jours.

EXERCICE 3 **commun à tous les candidats** **(4 points)**

(mathématiques)

Question 1

Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = (-4x+8)\,\mathrm{e}^{-x}$.

$f(0) = (-4\times 0 + 8)\,\mathrm{e}^{0} = 8 \times 1 = 8$ qui est un nombre entier.

Question 2

On veut déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} (-4x+8)\,\mathrm{e}^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(-4x\,\mathrm{e}^{-x} + 8\,\mathrm{e}^{-x}\right)$.

On sait que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} x\,\mathrm{e}^{-x} = 0$.

Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(-4x\,\mathrm{e}^{-x} + 8\,\mathrm{e}^{-x}\right) = 0$, et donc $\lim\limits_{x\to+\infty} (-4x+8)\,\mathrm{e}^{-x} = 0$.

Question 3

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = (-4x+8)\mathrm{e}^{-x}$.

$f'(x) = (-4) \times\ \mathrm{e}^{-x} + (-4x+8) \times (-1)\,\mathrm{e}^{-x} = (-4+4x-8)\,\mathrm{e}^{-x} = (4x-12)\,\mathrm{e}^{-x}$

Question 4

$A = \dfrac{\mathrm{e}^8 \times \mathrm{e}^{-3}}{\left(\mathrm{e}^{0,5}\right)^4} = \dfrac{\mathrm{e}^{8-3}}{\mathrm{e}^{0,5\times 4}} = \dfrac{\mathrm{e}^5}{\mathrm{e}^2} = \mathrm{e}^{5-2} = \mathrm{e}^3$

Question 5

On sait que $\cos\left(\dfrac{9\pi}{5}\right) = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$, et on veut exprimer $\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$ en fonction de $\sqrt{5}$.

$\dfrac{\pi}{5} = \dfrac{10\pi}{5} - \dfrac{9\pi}{5} = 2\pi - \dfrac{9\pi}{5}$

Or, pour tout réel x, on a $\cos(2\pi - x) = \cos(-x)$ et $\cos(-x) = \cos(x)$.

Donc $\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right) = \cos\left(2\pi - \dfrac{9\pi}{5}\right) = \cos\left(-\dfrac{9\pi}{5}\right) = \cos\left(\dfrac{9\pi}{5}\right) = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

Question 6

Dans un repère orthonormé, on donne les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}.$$

Le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ vaut : $2 \times 3 + (-1) \times 2 = 6 - 2 = 4$.