A. P. M. E. P.

Corrigé du Baccalauréat STL Biotechnologies
Polynésie – 19 juin 2024

EXERCICE 1 (physique-chimie et mathématiques) 4 points

Stabilité d'un antibiotique

L'amoxicilline (noté ici AMOX) est un antibiotique qui possède un large spectre d'action sur certaines infections bactériennes, mais son action peut être altérée par des enzymes produites par certaines bactéries résistantes. C'est pour empêcher cela qu'on lui associe très souvent l'acide clavulanique. Cette association amoxicilline et acide clavulanique peut être utilisée sous forme de poudre. Après ajout d'eau et agitation, on obtient une solution facilement assimilable.
Cependant l'amoxicilline et l'acide clavulanique sont peu stables en milieu aqueux : elles subissent une réaction de dégradation avec l'eau (hydrolyse). L'objectif de cet exercice est d'étudier quelques aspects de la cinétique de ces réactions de dégradation par hydrolyse de ces deux espèces chimiques, lorsqu'elles sont prises seules en solution aqueuse.
Donnée : pK_A du couple acide clavulanique/ion clavulanate : $pK_A = 2,7$.

Dégradation de l'amoxicilline seule en solution aqueuse

La dégradation de l'amoxicilline est étudiée au laboratoire, à 30 °C et à un pH valant 3,5.
La valeur de la concentration initiale en amoxicilline vaut $C_0 = 1\,600\ \mu g \cdot mL^{-1}$
La concentration de l'amoxicilline à l'instant t, notée $C_{\text{Amox}}(t)$, est évaluée toutes les vingt-quatre heures.

1. La vitesse de disparition de l'amoxicilline est : $v_{d,\text{Amox}} = -\dfrac{dC_{\text{Amox}}}{dt}(t)$.

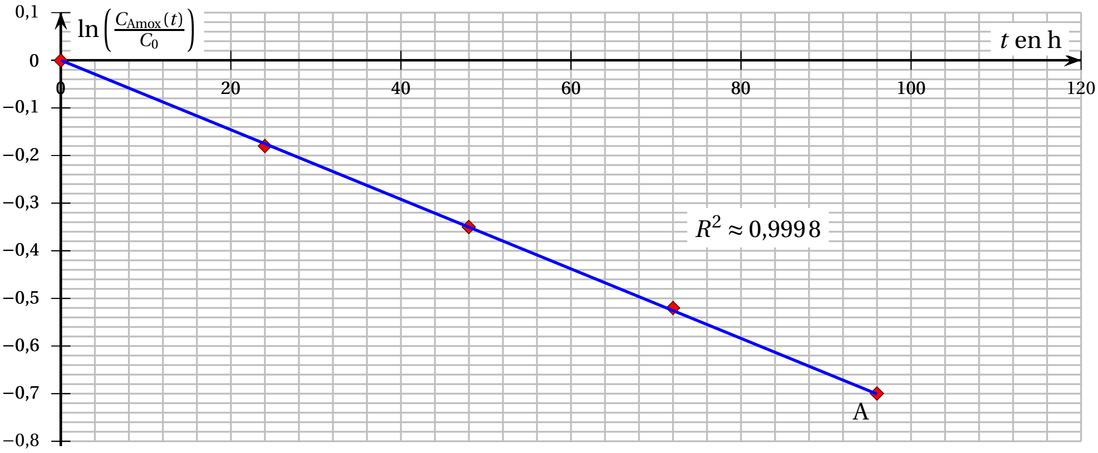
On fait l'hypothèse que la dégradation de l'amoxicilline suit une loi cinétique d'ordre 1.

2. L'équation différentielle du premier ordre vérifiée par la fonction $C_{\text{Amox}}(t)$ est :
$\dfrac{dC_{\text{Amox}}}{dt} = -k_{\text{Amox}} \times C_{\text{Amox}}(t)$.

Pour une loi cinétique d'ordre 1, les solutions générales $C(t)$ de l'équation différentielle vérifient l'égalité $\ln\left(\frac{C(t)}{C(0)}\right) = -kt$ pour une certaine valeur de k.
Dans les conditions opératoires données, on obtient les résultats expérimentaux suivants :

t en h	0	24	48	72	96
$\ln\left(\frac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0}\right)$	0	−0,18	−0,35	−0,52	−0,70

Le graphique suivant représente le nuage de points expérimentaux et la modélisation associée :



3. La courbe représentant l'évolution de la fonction vitesse en fonction de la concentration est une droite passant par l'origine, donc les résultats obtenus confirment l'hypothèse d'une loi cinétique d'ordre 1.

L'ajustement linéaire des points du relevé précédent permet d'obtenir une droite passant par les points 0(0; 0) et A(96 ; −0,70).

4. $\dfrac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \dfrac{-0{,}70 - 0}{96 - 0} = -\dfrac{0{,}7}{96} \approx -0{,}00729$

Donc $-0{,}0073$ est une valeur arrondie à 10^{-4} du coefficient directeur de la droite (OA).

La droite (OA) passe par l'origine, donc elle a une équation de la forme $y = mp$ où m est le coefficient directeur.

Donc la droite (OA) a pour équation : $y = -0{,}0073t$.

5. L'ajustement précédent nous permet d'écrire $\ln\left(\frac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0}\right) = -0{,}0073t$, pour tout t appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$.

a. Pour tout t appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, on a :

$\ln\left(\frac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0}\right) = -0{,}0073t \iff \dfrac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0} = \mathrm{e}^{-0{,}0073t} \iff C_{\text{Amox}}(t) = C_0 \times \mathrm{e}^{-0{,}0073t}$

Or $C_0 = 1\,600\ \mu\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, donc $C_{\text{Amox}}(t) = 1\,600 \times \mathrm{e}^{-0{,}0073t}$.

b. $\lim\limits_{T\to-\infty} \mathrm{e}^{T} = 0$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} -0{,}0073t = -\infty$ donc $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-0{,}0073t} = 0$ et donc $\lim\limits_{t\to+\infty} C_{\text{Amox}}(t) = 0$

c. $C'_{\text{Amox}}(t) = 1\,600 \times (-0{,}0073)\ \mathrm{e}^{-0{,}073t} = -11{,}68\,\mathrm{e}^{-0{,}073t} < 0$ sur $[0\ ;\ +\infty[$, donc la fonction $C_{\text{Amox}}(t)$ est strictement décroissante sur cet intervalle.

On dresse le tableau des variations de la fonction C_{Amox} sur $[0\ ;\ +\infty[$.

t	0	$+\infty$
$C_{\text{Amox}}(t)$	$1\,600$ ↘	0

Dégradation de l'ion clavulanate seul en solution aqueuse

Pour l'acide clavulanique, le suivi temporel de la concentration $C_{\text{Clav}}(t)$ au cours du temps est réalisé dans les mêmes conditions opératoires que précédemment.

6. pH= 3,5 et $\text{p}K_A = 2{,}7$; pH > $\text{p}K_A$ donc, dans ces conditions opératoires, l'espèce prédominante est l'espèce acide donc l'ion clavulanate.

La seconde expérience conduit aux observations suivantes :

- valeur de la concentration initiale en ion clavulanate : $C'_0 = 320\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$;
- valeur de la constante de vitesse de la réaction : $k_{\text{Clav}} = 0{,}19\,\text{h}^{-1}$.

Les résultats expérimentaux, traités avec la même méthode d'ajustement, permettent d'établir la relation $\ln\left(\frac{C_{\text{Clav}}(t)}{320}\right) = -0{,}19t$.

7. Le coefficient directeur de la droite (OA) est $-0{,}0073$ et celui de la droite d'équation $y = -0{,}19t$ est $-0{,}19$, donc $\dfrac{-0{,}19}{-0{,}0073} \approx 26$.

8. L'ion clavulanate seul se dégrade 26 fois plus vite que l'amoxicilline seule.

EXERCICE 3 **(mathématiques)** **4 points**

Dans cet exercice, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 5\,\mathrm{e}^{2x+1}$.

1. Parmi les programmes proposés dans le texte, écrits en langage Python, celui qui affiche les images par f des réels 0 ; 0, 1 ; 0,2 ; ... ; 0,9 est le **a.**

```
from math import exp
for k in range(10) :
     x=k/10
     y=5*exp(2*x+1)
     print(y)
```

2. On résout dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 5$.
   $f(x) = 5 \iff 5\,\mathrm{e}^{2x+1} = 5 \iff \mathrm{e}^{2x+1} = 1 \iff 2x+1 = 0 \iff x = -\dfrac{1}{2}$
3. On considère l'affirmation :
   « Tout nombre réel x négatif ou nul a une image par f inférieure ou égale à 5. »
   $f(0) = 5\,\mathrm{e}^{2\times 0+1} = 5\,\mathrm{e} \approx 13{,}6 > 5$ donc l'affirmation est fausse.
4. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2x+1}$.

   a. $F'(x) = \dfrac{5}{2} \times 2\,\mathrm{e}^{2x+1} = 5\,\mathrm{e}^{2x+1} = f(x)$
   donc la fonction F est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f.

   b. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = F(1) - F(0) = \left(\frac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2\times 1+1}\right) - \left(\frac{5}{2}\,\mathrm{e}^{2\times 0+1}\right) = \frac{5}{2}\left(\mathrm{e}^{3} - \mathrm{e}\right) \approx 43$