∾ Corrigé du Baccalauréat STL Biotechnologies ∾
Métropole – 19 juin 2024

EXERCICE 1 **commun à tous les candidats** **5 points**

(physique-chimie et mathématiques)

Le parkour est une discipline sportive acrobatique qui consiste à franchir des obstacles urbains ou naturels sans l'aide de matériel.
Une traceuse s'apprête à sauter du haut d'un mobilier de rue, noté bloc A sur la **figure 1**, dans le but d'atteindre le bloc B distant de 4,0 m du bloc A et plus bas de 2,0 m.
La traceuse est modélisée par un point matériel M de masse m évoluant dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$. Dans ce modèle, on néglige la résistance de l'air et on suppose que la traceuse n'est soumise qu'à son poids. L'étude est menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen et les blocs A et B sont immobiles.
La position de la traceuse sera repérée par le point M de coordonnées $(x(t); y(t))$ dans le repère représenté **figure 1**, la variable t, exprimée en secondes, étant étudiée sur l'intervalle $[0; 1]$.

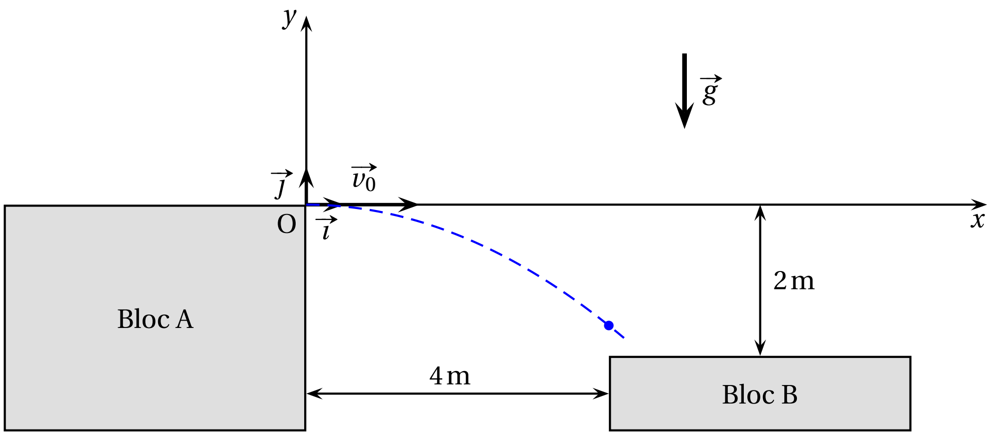


Figure 1 : schématisation des conditions du saut

La traceuse arrive en courant à l'extrémité du bloc A. À l'instant $t = 0$, elle s'élance du point origine O avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ orienté selon l'axe horizontal (Ox) : $\vec{v_0} = v_0\,\vec{i}$ avec $v_0 = 7{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. On cherche à savoir si la traceuse réussira à atteindre le bloc B.

Données :

- masse de la traceuse $m = 50\,\text{kg}$
- Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Le poids a une direction verticale vers le bas, donc est dirigé par le vecteur $-\vec{j}$

   Sa norme P est égale à mg.

   Donc, dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on a : $\vec{P}\begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix}$

2. On suppose le référentiel galiléen.
On applique la deuxième loi de Newton au point M, donc : $\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$.

On suppose dans le texte que la traceuse n'est soumise qu'à une seule force : son poids.

Donc de $\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$, on déduit $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}$, autrement dit : $\begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix}$

On a donc : $\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$

Pour t appartenant à $[0\,;\,1]$, on note $v_x(t)$ et $v_y(t)$ les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$:

- v_x est la primitive de la fonction a_x vérifiant $v_x(0) = v_0$;
- v_y est la primitive de la fonction a_y vérifiant $v_y(0) = 0$.

3.
- La fonction a_x est nulle, donc elle a pour primitive une fonction constante.
  Or $v_x(0) = v_0$ donc la constante vaut v_0.

  On a donc $v_x(t) = v_0$ pour tout t de $[0\,;\,1]$.
- La fonction a_y vérifie $a_y(t) = -g$, donc elle a pour primitive la fonction v_y vérifiant $v_y(t) = -gt + k$, où k est une constante.

  Or $v_y(0) = 0$ donc $-g \times 0 + k = 0$ donc $k = 0$.

  On a donc $v_y(t) = -gt$ pour tout t de $[0\,;\,1]$.

Pour t de $[0\,;\,1]$, $x(t)$ et $y(t)$ sont les coordonnées du point M donnant la position de la traceuse :

- x est la primitive de la fonction v_x vérifiant $x(0) = 0$;
- y est la primitive de la fonction v_y vérifiant $y(0) = 0$.

4.
- La fonction $v_x(t)$ est définie par $v_x(t) = v_0$, donc elle a pour primitive la fonction x vérifiant $x(t) = v_0 t + k$, où k est une constante.

  Or $x(0) = 0$ donc $v_0 \times 0 + k = 0$ donc $k = 0$.

  On a donc $x(t) = v_0 t$ pour tout t de $[0\,;\,1]$.
- La fonction $v_y(t)$ est définie par $v_y(t) = -gt$, donc elle a pour primitive la fonction y vérifiant $y(t) = -g\dfrac{t^2}{2} + k$, où k est une constante.

  Or $y(0) = 0$ donc $-g \times 0 + k = 0$ donc $k = 0$.

  On a donc $y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2$ pour tout t de $[0\,;\,1]$.

Donc les lois horaires du mouvement de la traceuse s'écrivent : $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

5. Dans l'intervalle $[0\,;\,1]$, on résout l'équation $y(t) = -2$.

$$y(t) = -2 \iff -\frac{1}{2}gt^2 = -2 \iff gt^2 = 4 \iff t^2 = \frac{4}{g} \iff t = \sqrt{\frac{4}{g}}$$

On prend $g = 9{,}8$ donc $t = \sqrt{\dfrac{4}{9{,}8}} \approx 0{,}639$.

On note t_c la solution de l'équation $y(t) = -2$.
Pour la suite de l'exercice, on prendra pour t_c, la valeur 0,64 s.

6. $v_0 = 7{,}0$ donc $x(t) = 7t$ donc $x(t_c) = 7 \times 0{,}64 = 4{,}48$.
7. Pour déterminer la valeur numérique de l'instant où l'abscisse de la position de la traceuse est égale à 4,0 m, on résout l'équation $x(t) = 4$.

   $x(t) = 4 \iff 7t = 4 \iff t = \dfrac{4}{7}$ soit $t \approx 0{,}57$
8. La valeur numérique de l'ordonnée de la position de la traceuse à l'instant où l'abscisse de cette position est 4,0 m est donc environ $y(0{,}57) = -9{,}8 \times \dfrac{0{,}57^2}{2}$ soit $-1{,}6$.
9. Le bloc B est à 4 mètres du point O. Il est situé à 2 mètres en dessous du point O et la traceuse ne sera que 1,6 mètre en dessous de O. (voir point bleu sur le graphique)

   Donc la traceuse va atteindre le bloc B.

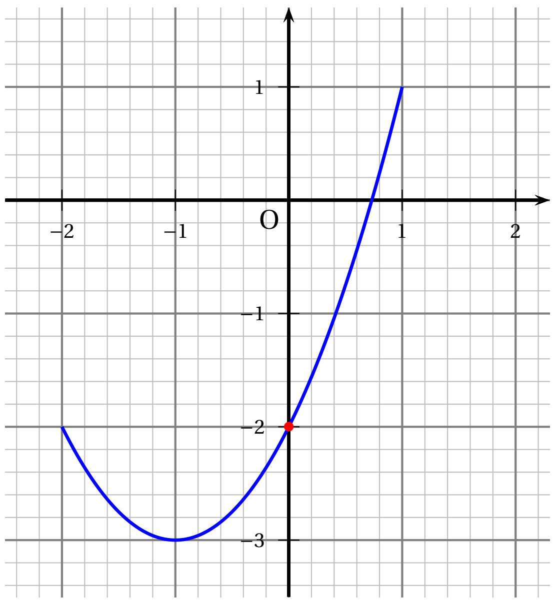
EXERCICE 3 4 points

(mathématiques)

Question 1

On considère ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2\,;\,1]$.

Par lecture graphique, déterminer $f(0)$.



> D'après le graphique : $f(0) = -2$.

Question 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\,\mathrm{e}^{x} + 3x - 2$.

Déterminer, en la justifiant, la limite de la fonction f lorsque x tend vers $-\infty$.

> D'après le cours : $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{x} = 0$ donc $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 2\,\mathrm{e}^{x} = 0$
> Or $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 3x = -\infty$
> Donc par somme : $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 2\,\mathrm{e}^{x} + 3x - 2 = -\infty$ et donc : $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Question 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x+2)\,\mathrm{e}^{\,x-1}$.

En détaillant les calculs, justifier que $f(1)$ est un entier.

> $f(x) = (3x+2)\,\mathrm{e}^{\,x-1}$ donc $f(1) = (3\times 1+2)\ \mathrm{e}^{\,1-1} = 5\,\mathrm{e}^{\,0}$
> Or $\mathrm{e}^{\,0} = 1$ donc $f(1) = 5$ donc $f(1)$ est un entier.

Question 4

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2x+1-\dfrac{1}{x}$

Déterminer une primitive F de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$

> La fonction $x \longmapsto 2x+1$ a pour primitive la fonction $x \longmapsto x^2+x$.
> La fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ a pour primitive la fonction $x \longmapsto \ln(x)$ sur $]0\ ;\ +\infty[$.
> Donc la fonction F définie par $F(x) = x^2+x-\ln(x)$ est une primitive de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.