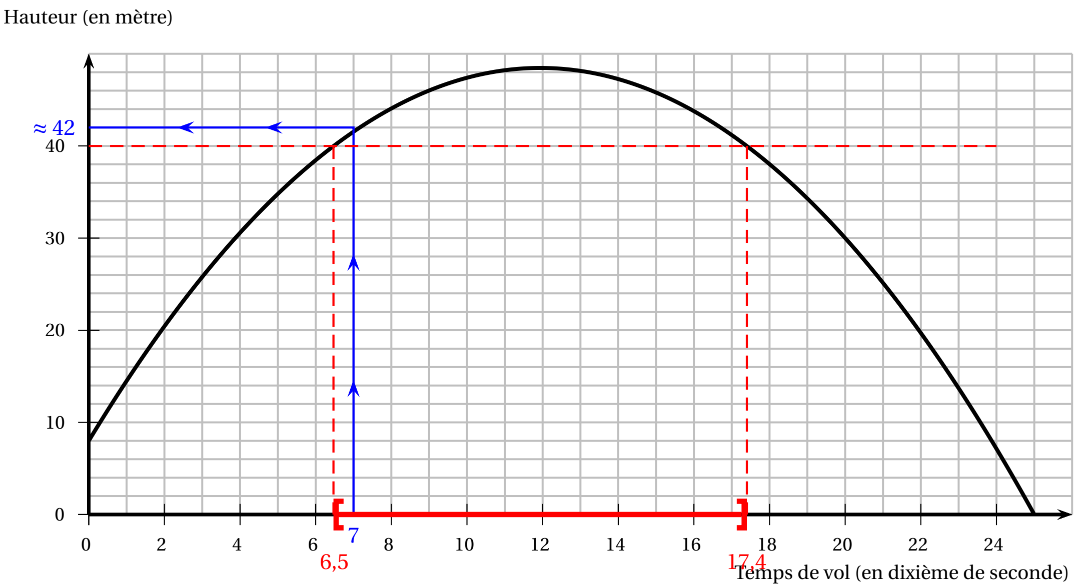
☙ Corrigé du baccalauréat STMG Centres étrangers ❧
14 juin 2017

EXERCICE 1 (5 points)

À l'occasion d'un festival pyrotechnique, un artificier se prépare à lancer des fusées à partir d'une plate-forme située à 8 mètres de hauteur. Il dispose de deux types de fusée, notés A et B.

Partie A

La hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type A en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, est modélisée par la courbe ci-dessous.



Répondre aux deux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. La hauteur atteinte après 0,7 seconde (donc 7 dixièmes) de vol est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 7, soit environ 42 m.
2. Pour des raisons de sécurité, la fusée doit exploser à une altitude supérieure à 40 mètres.
   On cherche les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est supérieure à 40; on trouve l'intervalle de temps (en dixièmes de seconde) : $[6{,}5\,;\,17{,}4]$.

Partie B

On modélise la hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type B en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, par la fonction f définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,20]$ par :
$f(x) = -0{,}5x^2 + 10x + 8$.
Comme dans le cas des fusées de type A, l'explosion des fusées de type B doit avoir lieu lorsque celles-ci sont situées à une altitude supérieure ou égale à 40 mètres.

1. **a.** Pour satisfaire à la contrainte posée, x doit être solution de l'inéquation
   $f(x) \geqslant 40 \iff -0.5x^2 + 10x + 8 \geqslant 40 \iff -0.5x^2 + 10x - 32 \geqslant 0$.

   b. La fonction qui à x associe $-0{,}5x^2 + 10x - 32$ est un polynôme du second degré.
   $\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4(-0{,}5)(-32) = 36$ donc le polynôme $-0{,}5x^2 + 10x - 32$ admet deux racines :
   $x' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-10-6}{-1} = 16$ et $x'' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-10+6}{-1} = 4$.

Le polynôme $-0,5x^2+10x-32$ est du signe de $a=-0,5$ donc négatif à l'extérieur des racines.
Le tableau suivant donne le signe de $-0,5x^2+10x-32$ sur l'intervalle $[0~;~20]$:

x	0		4		16		20
$-0,5x^2+10x-32$		$-$	0	$+$	0	$-$	

L'artificier doit donc faire exploser ses fusées entre 4 et 16 dixièmes de seconde après leur envoi.

2. a. Pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~20]$: $f'(x)=-0,5\times 2x+10=-x+10$.
   b. L'artificier souhaite connaître le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 de la courbe représentative de f ; il s'agit de $f'(0)=10$.
3. Pour des raisons d'esthétique, l'artificier souhaite faire exploser ses fusées de type B lorsque celles-ci seront à leur hauteur maximale.
   La fonction f est à son maximum pour $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{10}{2\times(-0,5)}=10$; il doit donc faire exploser ses fusées 10 dixièmes de seconde après leur envoi, donc au bout d'une seconde.

EXERCICE 2 (5 points)

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne les indices de référence des loyers, notés IRL, au dernier trimestre de chaque année depuis 2009 (base 100 pour l'année 1998) et leurs évolutions annuelles.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
3	Indice de référence des loyers y_i	117,47	119,17	121,68	123,97	124,83	125,29	125,28
4	Taux d'évolution de l'IRL (arrondi à 0,01 %)		1,45					

Source : INSEE

Partie A

1. La cellule C 4 est au format pourcentage arrondi à 0,01 %.
   On entre dans cette cellule la formule `(C3 - B3) / B3` ou `=(C$3-B$3)/B$3` et on recopie cette formule vers la droite.
2. La loi française dispose que pour une révision annuelle d'un loyer, le taux d'évolution du loyer ne peut être supérieur à celui de l'IRL de l'année écoulée. Par exemple, un propriétaire ne peut augmenter le loyer de 2010 de plus de 1,45 % en janvier 2011. Un propriétaire propose un loyer de 650 € mensuel au dernier trimestre 2010 et souhaite le réviser et le passer à 658 € mensuel pour l'année 2011.
   Passer de 650 à 658, c'est augmenter de $\dfrac{658-650}{650}\times 100\approx 1,23\,\%$ ce qui est en dessous des 1,45 % autorisés.
3. a. Le taux d'évolution arrondi à 0,01 % de l'IRL entre le dernier trimestre 2009 et le dernier trimestre 2015 est égal à : $\dfrac{125,28-117,47}{117,47}\times 100\approx 6,65\,\%$.
   b. On ajoute 6,65 % entre 2009 et 2016, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de
   $1+\dfrac{6,65}{100}=1,0665$ pour 6 ans, et donc à un coefficient multiplicateur moyen annuel de $1,0665^{\frac{1}{6}}\approx 1,0108$.

Multiplier par 1,0108 revient à ajouter 1,08 %. Le taux d'évolution annuel moyen est donc de 1,08 %.

Partie B

1. À l'aide de la calculatrice, on détermine une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés en arrondissant les coefficients au millième : $y = 1{,}386x + 116{,}981$.

On décide de prendre comme droite d'ajustement de y en x la droite D d'équation $y = 1{,}39x + 117$.

2. **a.** À l'aide de cet ajustement, on donne une estimation de l'IRL en 2017 puis en 2018.
L'année 2017 correspond à $x = 9$ donc une estimation de l'IRL en 2017 est $1{,}39 \times 9 + 117 = 129{,}51$.
L'année 2018 correspond à $x = 10$ donc une estimation de l'IRL en 2018 est $1{,}39 \times 10 + 117 = 130{,}90$.

b. Le loyer mensuel d'un appartement s'élève à 850 € au dernier trimestre de l'année 2018.
L'IRL passe de 129,51 fin 2017 à 130,9 fin 2018.
Le loyer en tenant compte de cette augmentation d'IRL sera de $850 \times \dfrac{130{,}9}{129{,}51} \approx 859$ € maximum.

EXERCICE 3 (6 points)

Une étude menée en 2010 par l'institut national de prévention et d'éducation à la santé évalue le comportement face au tabac en fonction de l'âge d'initiation.
Cette étude menée auprès d'un panel de personnes âgées de 20 ans à 25 ans et ayant déjà testé la cigarette présente les conclusions suivantes :

— la probabilité de devenir un fumeur régulier est de 0,65 si la première cigarette a été fumée avant l'âge de 14 ans;

— cette probabilité est de 0,52 si la première cigarette a été fumée entre 14 ans et 17 ans;

— cette probabilité est enfin de 0,32 si la première cigarette a été fumée après l'âge de 17 ans.

On interroge 500 personnes, choisies au hasard, âgées de 20 à 25 ans ayant déjà fumé. Le tableau ci-dessous donne la répartition des personnes interrogées selon l'âge qu'elles avaient lors de la consommation de leur première cigarette.

Âge	Avant 14 ans	Entre 14 ans et 17 ans	Après 17 ans
Pourcentage des personnes interrogées	28 %	57 %	15 %

On choisit une personne au hasard parmi les 500 interrogées.
Dans la suite de l'exercice, on note :

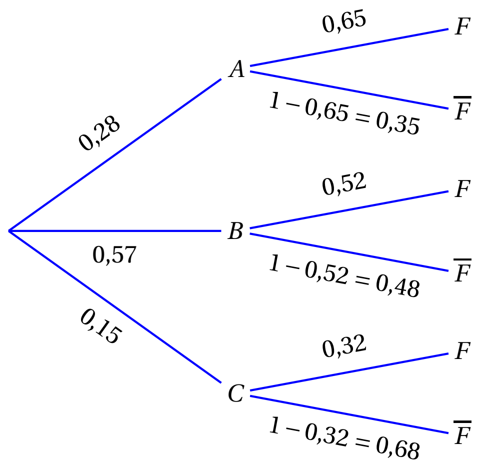
— F l'évènement « la personne choisie est un fumeur régulier »

— A l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans »;

— B l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette entre 14 ans et 17 ans »;

— C l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette après l'âge de 17 ans ».

1. En utilisant les données du texte, on complète l'arbre :



2. La probabilité que la personne choisie ait fumé avant l'âge de 14 ans et soit un fumeur régulier est :
   $p(A \cap F) = p(A) \times p_A(F) = 0{,}28 \times 0{,}65 = 0{,}182$.
3. D'après la formule des probabilités totales :
   $p(F) = p(A \cap F) + p(B \cap F) + p(C \cap F) = 0{,}182 + 0{,}57 \times 0{,}52 + 0{,}15 \times 0{,}32 = 0{,}5264$.
4. Sachant que la personne choisie est un fumeur régulier, la probabilité qu'il ait fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans est : $p_F(A) = \dfrac{p(A \cap F)}{p(F)} = \dfrac{0{,}182}{0{,}5264} \approx 0{,}3457$.
5. L'échantillon étudié compte 294 fumeurs réguliers ce qui fait une fréquence f égale à $\dfrac{294}{500} = 0{,}588$.
   L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est $I = \left[p - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$.
   $p = 0{,}5264$ et $n = 500$ donc $I = \left[0{,}5264 - \dfrac{1}{\sqrt{500}}\ ;\ 0{,}5264 + \dfrac{1}{\sqrt{500}}\right] \approx [0{,}4817\ ;0{,}5711]$.
   La fréquence f calculée n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation trouvé donc on peut penser, avec un risque d'erreur de 5 %, que le nombre de fumeurs de cet échantillon est anormalement élevé.

EXERCICE 4 — 4 points

Un apiculteur constate qu'entre le 1er mars 2014 et le 1er mars 2016, la population d'abeilles adultes de sa ruche a diminué de 15 % par an.

1. Au 1er mars 2016 l'apiculteur dénombre 55 200 abeilles adultes dans sa ruche, à combien peut-on estimer le nombre d'abeilles adultes, arrondi à la centaine, qui peuplaient la ruche au 1er mars 2014 ?

   a. 73 000 **b.** 107 100 $\boxed{\textbf{c. } 76\,400}$ **d.** 71 800

   Explications
   Retirer 15 %, c'est multiplier par 0,85.
   Retirer 15 % deux années de suite, c'est multiplier par $0{,}85^2$.
   On a 55 200 abeilles en 2016, donc il y en avait en 2014 : $\dfrac{55\,200}{0{,}85^2} \approx 76\,400$.

L'apiculteur fait l'hypothèse que cette baisse régulière de 15 % va se poursuivre dans les années à venir. Pour pallier cette perte, il décide d'introduire 15 000 abeilles adultes supplémentaires dans sa ruche au 1er mars de chaque année à partir de 2017.

2. Avec cette hypothèse, combien d'abeilles adultes, à la centaine près, peupleront la ruche au 1er mars 2018 après l'apport de l'apiculteur ?

$\boxed{\textbf{a. } 67\,600}$	**b.** 70 000	**c.** 72 400	**d.** 63 500

Explications

Il y a 55 200 abeilles en 2016.

Il y en aura

- en 2017 : $55\,200 \times 0,85 + 15\,000 = 61\,920$;
- en 2018 : $61\,920 \times 0,85 + 15\,000 = 67\,632$.

L'apiculteur décide de poursuivre cet apport annuel de 15 000 abeilles adultes jusqu'à ce que la population de sa ruche atteigne 80 000 abeilles adultes.

3. Voici quatre algorithmes dont un seul permet de déterminer le nombre d'années (à partir de 2016) nécessaires pour atteindre cet objectif :

a.

```
Variables
a est un nombre réel
n est un nombre entier
Traitement
a prend la valeur 55 200
n prend la valeur 0
Tant que n > 80 000
   a prend la valeur a × 0,85 + 15 000
   n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

b.

```
Variables
a est un nombre réel
n est un nombre entier
Traitement
n prend la valeur 0
Tant que a < 80 000
   a prend la valeur 55 200
   a prend la valeur a × 0,85 + 15 000
   n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

c.

```
Variables
a est un nombre réel
n est un nombre entier
Traitement
n prend la valeur 0
a prend la valeur 55 200
Tant que a < 80 000
   a prend la valeur a × 0,85 + 15 000
   n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher a
```

d.

```
Variables
a est un nombre réel
n est un nombre entier
---------------------------
Traitement
a prend la valeur 55 200
n prend la valeur 0
Tant que a < 80 000
   a prend la valeur a × 0,85 + 15 000
   n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

Explications

On élimine :

- l'algorithme **a** dans lequel la boucle « Tant que » tourne avec la variable n ;
- l'algorithme **b** car la variable a est initialisée à l'intérieur de la boucle ;
- l'algorithme **c** qui fait afficher la variable a au lieu de n.

4. On admet que la production moyenne de miel d'une ruche, en kilogramme, est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 15$ et d'écart type $\sigma = 5$.

La probabilité $p(5 \leqslant X \leqslant 25)$ arrondie à 0,01 est égale à :

a. 0,68	**b.** 0,99	$\boxed{\textbf{c. } 0,95}$	**d.** 0,50

Explications

D'après le cours : $p(5 \leqslant X \leqslant 25) = p(15 - 2 \times 5 \leqslant X \leqslant 15 + 2 \times 5) =$
$p(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,95$.