Corrigé Baccalauréat STMG Antilles–Guyane 10 septembre 2019

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer, sur la copie, le numéro de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point.
Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. Voici un extrait d'une feuille de calcul qui contient les valeurs ajoutées en milliard d'euros du secteur d'activité de l'agriculture, de la sylviculture et de la pêche entre 2010 et 2017.
La plage de cellules C3 : 13 est **au format pourcentage arrondi au dixième**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2	Valeur ajoutée en milliard d'euros	32,0	34,0	34,1	30,9	33,5	35,3	32,3	34,6
3	Taux d'évolution annuel								

Source : INSEE Comptes Nationaux

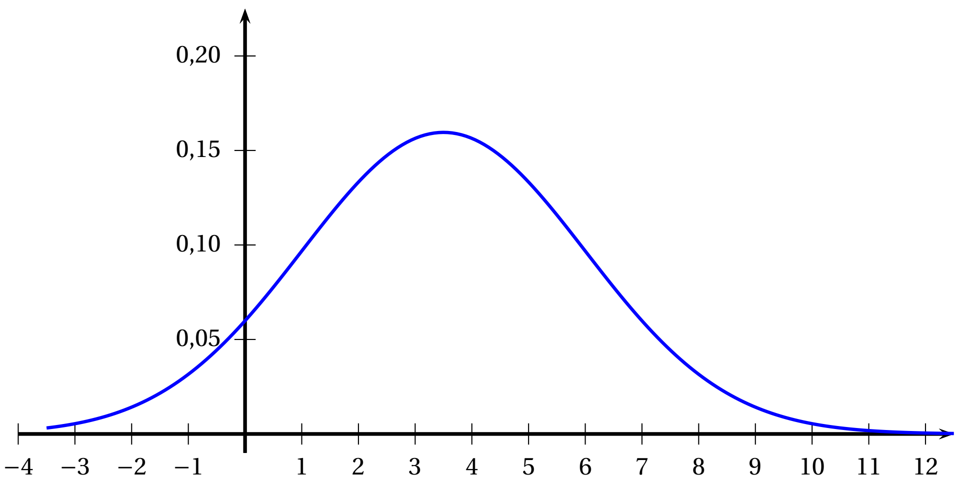
a. La formule à saisir dans la cellule C3 de la feuille de calcul afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution annuels des valeurs ajoutées jusqu'en 2017 est :

① ~~=C2−B2/B2~~ ② ~~=(C2-$B2)/$B2~~ ③ $\boxed{\text{=(C2−B2)/B2}}$ ④ ~~=C2/$B2−1~~

b. On considère que l'indice de référence 100 est attribué à la valeur ajoutée du secteur d'activité de l'agriculture, de la sylviculture et de la pêche en 2013.
En 2017, l'indice de la valeur ajoutée de ce secteur, arrondi au dixième, vaut :

① ~~89,3~~ ② $\boxed{112{,}0}$ ③ ~~103,7~~ ④ ~~86,3~~

2. Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ.
La courbe de densité associée à cette loi est représentée ci-dessous :



a. L'espérance μ est égale à :

① ~~0,05~~ ② ~~0,2~~ ③ $\boxed{3{,}5}$ ④ ~~0~~

b. Sachant que $P(X \leqslant 1) = 0,106$ alors :

① $\cancel{P(X \geqslant 6) = 0,894}$ ② $\cancel{P(X \leqslant 6) = 0,106}$
③ $\cancel{P(X \geqslant 1) = 0,106}$ ④ $\boxed{P(1 \leqslant X \leqslant 6) = 0,788}$

EXERCICE 2 — 5 points

Les deux parties sont indépendantes.

Une entreprise est spécialisée dans le capsulage des bouteilles. Les salariés de l'entreprise sont sollicités, *via* un questionnaire en ligne, pour préparer une journée portes ouvertes. Tous les salariés ont répondu au questionnaire.

PARTIE A

Grâce aux fiches répertoriant les réponses au questionnaire, on sait que :

- 34 % des salariés de l'entreprise travaillent dans les ateliers de production ;
- 55 % des salariés travaillant dans les ateliers de production acceptent de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes, ainsi que 30 % des salariés travaillant dans les autres secteurs.

On choisit de façon équiprobable une fiche dans la base des réponses.
On définit les évènements suivants :

- A : « la fiche choisie est celle d'un salarié travaillant dans les ateliers de production » ;
- B : « la fiche choisie est celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes ».

Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $P(E)$ la probabilité de E et, si C est un évènement de probabilité non nulle, $P_C(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant que C est réalisé.

1. **a.** $P_A(B) = 0{,}55$ car 55 % des salariés travaillant dans les ateliers de production acceptent de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes.

   b. Nous avons complété l'arbre de probabilité donné en **annexe, à rendre avec la copie**.
2. La probabilité que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de la journée portes ouvertes et travaillant dans les ateliers est notée $P(A \cap B)$.
   $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}34 \times 0{,}55 = 0{,}187$
3. Peut-on affirmer qu'il y a plus d'une chance sur trois que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de cette journée ? Pour ce faire, calculons $P(B)$.
   A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$.
   $P(B) = 0{,}34 \times 0{,}55 + 0{,}66 \times 0{,}30 = 0{,}385$.
   Cette valeur étant supérieure à $\frac{1}{3}$,nous pouvons donc affirmer qu'il y a plus d'une chance sur trois que la fiche choisie soit celle d'un salarié acceptant de s'impliquer dans l'organisation de cette journée.

PARTIE B

À l'issue de la journée portes ouvertes, la direction de l'entreprise souhaite estimer la proportion p de visiteurs satisfaits. Pour cela, un groupe de 80 visiteurs est interrogé. Parmi ceux-ci, 67 se déclarent satisfaits de la visite.

1. La fréquence f de personnes satisfaites dans ce groupe est $\frac{67}{80} = 0{,}8375$.
2. Un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion p de visiteurs satisfaits de la journée portes ouvertes est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$. $\left[0{,}8375 - \dfrac{1}{\sqrt{80}}\ ;\ 0{,}8375 + \dfrac{1}{\sqrt{80}}\right] = [0{,}7257\ ;\ 0{,}9493]$

EXERCICE 3 — 5 points

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 300]$ par

$$f(x) = -x^2 + 450x - 20000.$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 300]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Résolvons dans l'intervalle $[0 ; 300]$ l'équation $f(x) = 0$.
   Déterminons dans $\mathbb{R}$ les racines de $-x^2 + 450x - 20000$. Calculons le discriminant
   $\Delta = (450)^2 - 4 \times (-1) \times (-20000) = 202500 - 80000 = 122500$.
   $\Delta > 0$, le trinôme a deux racines distinctes $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
   $x_1 = \dfrac{-450 - \sqrt{122500}}{-2} = \dfrac{450 + 350}{2} = 400 \quad x_2 = \dfrac{450 - 350}{2} = 50$
   L'ensemble des solutions de l'équation dans $[0 ; 300]$ est $\{50\}$.

2. **a.** Pour tout $x \in [0\,;\,300]$, $\quad f'(x) = -2x + 450$.

   b. Étudions les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;300]$.
   Étudions d'abord le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,300]$.
   Sur $\mathbb{R}$, $-2x + 450 > 0 \iff x < 225$. Il en résulte si $x \in [0\,;\,225[$, $f'(x) > 0$ et si $x \in]225\,;\,300]$, $f'(x) < 0$.
   Étudions ensuite les variations de f sur $[0\,;\,300]$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Sur $[0\,;\,225[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Sur $]225\,;\,300]$, $f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Construisons le tableau de variation de f sur $[0\,;300]$.

x	0		225		300
$f'(x)$		+	0	−	
Variation de f			30 625		
	$-20\,000$	↗		↘	25 000

   c. Étant croissante sur $[0\,;225[$ et décroissante sur $]225\,;300]$, la fonction f admet un maximum valant 30 625 en 225.

PARTIE B

Une entreprise est spécialisée dans la production de tablettes tactiles. Cette entreprise a une capacité de production hebdomadaire pouvant aller jusqu'à 300 unités.
Pour les valeurs entières de la variable x, qui représentent le nombre de tablettes tactiles fabriquées et vendues par semaine, on admet que $f(x)$ représente le résultat, en euro, de cette entreprise.

1. À partir de 50 tablettes tactiles produites et vendues par semaine l'entreprise réalise un résultat positif, c'est à dire un bénéfice. Nous avons montré à la question 1 de la partie A que $f(50) = 0$ et ensuite que f était croissante ou décroissante mais en restant positive.
2. Le nombre de tablettes tactiles fabriquées et vendues permettant de réaliser le bénéfice hebdomadaire maximal est 225, valeur en laquelle f atteint son maximum. La valeur de ce bénéfice est 30 625 €.

EXERCICE 4 — 6 points

L'INSEE a conduit une enquête sur l'usage des technologies de l'information et de la communication par les ménages entre 2009 et 2017.

PARTIE A : étude des connexions à Internet

Le tableau ci-dessous fournit les résultats de cette enquête pour les connexions à Internet et présente la part des personnes de plus de 15 ans résidant en France (en pourcentage arrondi au dixième) qui se sont connectées sur une période fixe.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Part des personnes s'étant connectées à Internet (en pourcentage)	65,1	68,2	71,4	74,7	75,3	77,3	78	79,3	80,5

Source : https :/ /www.insee.fr consulté le 15/01/2019

1. **a.** Calculons le taux d'évolution global, entre les années 2009 et 2017, de la part des personnes s'étant connectées à Internet. Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.
   $\mathcal{T} = \dfrac{80,5 - 65,1}{65,1} \approx 0,236\,559$.
   Le taux global d'évolution entre les années 2009 et 2017, de la part des personnes s'étant connectées à Internet, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 % est de 23,7 %.

b. Calculons le taux de la période 2015-2017. $\mathcal{T}' = \dfrac{80,5-78}{78} \approx 0,032\,05$ soit en pourcentage arrondi au dixième 3,2 %.

Ce taux est nettement plus faible que durant la période 2009-2017 puisque les personnes ayant une connexion à Internet étaient peu nombreuses en 2009 et devenaient de plus en plus nombreuses au fil des ans. Par conséquent, la part des personnes augmente mais le taux d'évolution diminue.

2. Montrons que le taux d'évolution annuel moyen de la part des personnes s'étant connectées à Internet entre les années 2015 et 2017 est, arrondi au dixième, de 1,6 %.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^2$ puisque la part des personnes s'étant connectées à Internet a subi 2 évolutions durant cette période.

$(1+t_m)^2 = \dfrac{80,5}{78} \approx 1,032\,05$ par conséquent $t_m = 1,032\,05^{\frac{1}{2}} - 1 \approx 0,015\,899$.

Le taux d'évolution moyen entre les années 2015 et 2017, de la part des personnes s'étant connectées à Internet, arrondi au dixième, est égal à 1,6 %. Cela correspond bien au taux cherché.

3. On admet que la part des personnes qui se connecteront à Internet augmentera de 1,6 % par an à compter de l'année 2017.

Donnons, selon ce modèle, une estimation de la part des personnes qui se connecteront à Internet en 2020. Entre 2017 et 2020 il y a 3 évolutions donc nous aurons $80,5 \times 1,016^3 \approx 84,426$.

Nous pouvons estimer cette part à 84,4 % en 2020.

4. On considère l'algorithme suivant :

```
A ← 2017
P ← 80,5
Tant que P < 90
        P ← 1,016 × P
        A ← A + 1
Fin Tant que
```

Exécutons l'algorithme.

A	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2223	2024	2025	2026
P	80,5	81,8	83,1	84,4	85,8	87,1	88,5	89,96	91,4	
P<90	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux	

La variable A après l'exécution de l'algorithme contient 2025.

Cette valeur dans le contexte étudié est l'année où la part des personnes s'étant connectées à Internet dépassera 90 %.

PARTIE B : étude des connexions à l'Internet mobile

Le tableau ci-dessous fournit les résultats de l'enquête de l'INSEE pour les connexions à l'Internet mobile et présente la part des personnes de plus de 15 ans résidant en France (en pourcentage arrondi au dixième) qui se sont connectées sur une période fixe.

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Part en pourcentage : y_i (Internet mobile)	17,7	26,4	28,4	39,5	46,5	53,4	55,8	55,1	62,4

Source : https :/ /www.insee.fr consulté le 15/01/2019

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ pour i allant de 0 à 8 est représenté en annexe.

1. À l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 5,56x + 20,56$. Les coefficients sont arrondis au centième.

2. On décide d'ajuster le nuage par la droite D d'équation $y = 5,6x + 20,6$.

Cette droite est tracée sur le graphique donné en **annexe, à rendre avec la copie**.

3. Selon le modèle retenu dans la question précédente, donnons une estimation de la part des personnes qui se connecteront à l'Internet mobile en 2020.

En 2020 $x = 11$. En remplaçant x par 11 dans l'équation de la droite, nous obtenons :

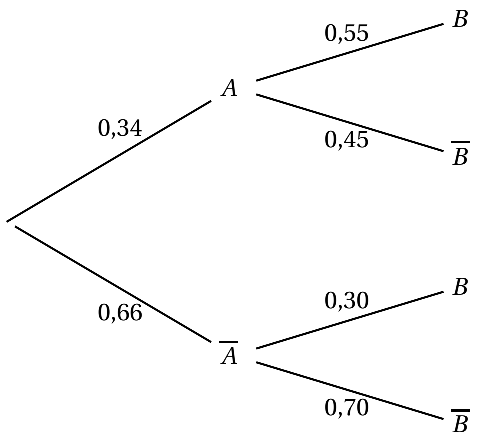
$y = 5,6 \times 11 + 20,6 = 82,2$.

Selon ce modèle, une estimation de la part des personnes qui se connecteront à l'Internet mobile en 2020 est 82,2 %.

ANNEXE

À rendre avec la copie

Exercice 2



Connexions à l'Internet mobile