Corrigé du baccalauréat STMG Antilles–Guyane 18 juin 2019

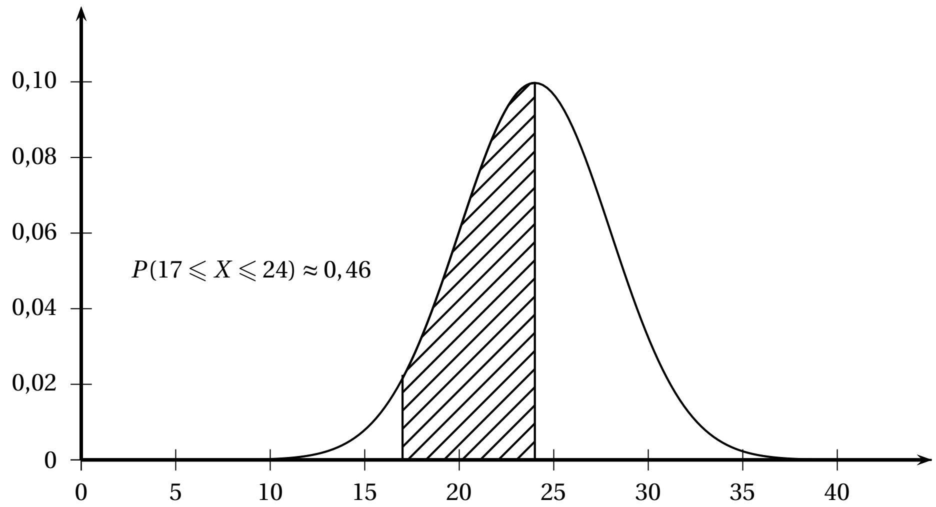
EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse, ne rapporte ni n'enlève de point.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ telle que $P(17 \leqslant X \leqslant 24) \approx 0,46$ à 10^{-2} près. La courbe de densité de cette loi est représentée ci-dessous. Elle admet la droite d'équation $x = 24$ comme axe de symétrie.



1. Une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(X \geqslant 31)$ est :

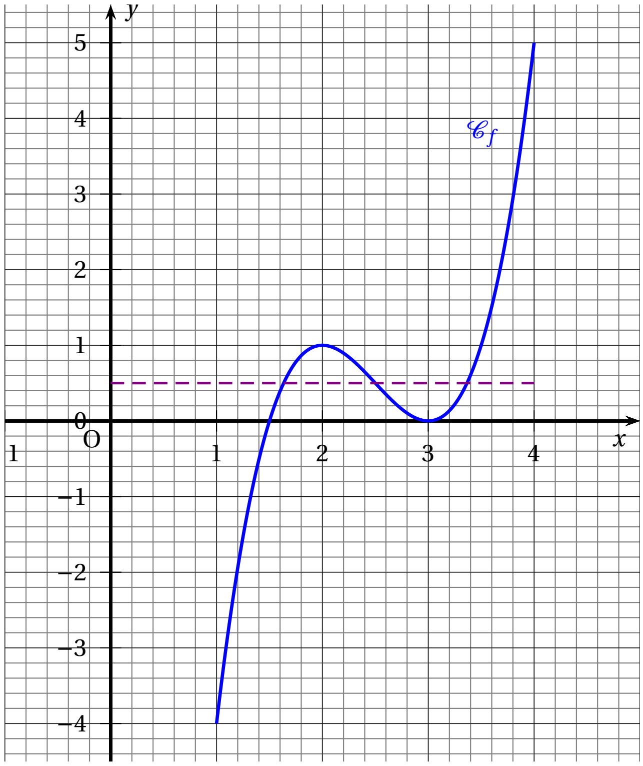
a. $\boxed{0,04}$ **b.** ~~0,54~~
c. ~~0,96~~ **d.** ~~0,46~~

2. Les valeurs des deux paramètres de cette loi sont :

a. ~~μ= 24 et σ= 0, 1~~ **b.** $\boxed{\mu = 24 \text{ et } \sigma = 4}$
c. ~~μ= 20 et σ= 5, 69~~ **d.** ~~μ= 4 et σ= 24~~ .

Partie B

Soit la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 4]$ dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée dans le repère ci-dessous :



1. Choisir la proposition correcte :

a. ~~le maximum de f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$ est égal à 1.~~

b. ~~l'image de 1 par f est égale à 2.~~

c. ~~la fonction f est négative sur l'intervalle $[2\,;\,3]$.~~

d. $\boxed{\text{l'équation } f(x) = 0,5 \text{ admet trois solutions.}}$

2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.
On a $f'(x) \leqslant 0$ pour tout réel x appartenant à :

a. ~~$[1\,;\,1,5]$~~

b. $\boxed{[2\,;\,3]}$

c. ~~$[1\,;\,2] \cup [3\,;\,4]$~~

d. ~~$[1,5\,;\,3]$~~

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,4]$, $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 27$.
Choisir la proposition correcte :

a. ~~$f'(x) = 5x^2 - 17x + 37$~~

b. $\boxed{f'(x) = 6x^2 - 30x + 36}$

c. ~~$f'(x) = 6x^3 - 30x^2 + 36x - 27$~~

d. ~~$f'(x) = 6x^2 - 30x + 9$~~ .

EXERCICE 2 — 5 points

Un *food truck*, ouvert le midi et le soir, propose deux types de formules :

— la formule *Burger* ;

— la formule *Wok*.

Partie A

Le gérant a remarqué que 70 % de ses ventes ont lieu le midi. Le quart des ventes du midi correspondent à la formule *Burger*, alors que 40 % des ventes du soir correspondent à la formule *Wok*.
Le gérant se constitue un fichier en notant, pour chaque vente, la formule choisie et le moment de cette vente (midi ou soir).
On prélève une fiche de façon équiprobable. On définit les quatre évènements suivants :

M : « la fiche correspond à une vente du midi » ;

S : « la fiche correspond à une vente du soir » ;

W : « la fiche correspond à une formule *Wok* » ;

B : « la fiche correspond à une formule *Burger* ».

1. L'arbre pondéré est complété sur l'**annexe, à rendre avec la copie**.
2. La probabilité de l'évènement $M \cap W$ est : $p(M \cap W) = p(M) \times p_M(W) = 0{,}7 \times 0{,}75 = 0{,}525$.
   Ce résultat dans le contexte de l'exercice est la probabilité que la fiche choisie soit celle correspondant à une vente le midi et à une formule *wok*.
3. La probabilité que la fiche choisie corresponde à une formule *Burger* est notée $P(B)$. M et S forment une partition de l'univers donc
   $p(B) = p(M \cap B) + p(S \cap B) = p(M) \times p_M(B) + p(S) \times p_S(B) = 0{,}7 \times 0{,}25 + 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}175 + 0{,}18 = 0{,}355$.
   $p(B)$ est bien égale à $0{,}355$.
4. On a prélevé une fiche correspondant à la formule *Burger*. La probabilité que la vente ait eu lieu le soir est notée $p_B(S)$.
   $p_B(S) = \dfrac{p(S \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}18}{0{,}355} \approx 0{,}507\,04$.
   La probabilité que la vente d'une formule *Burger* ait eu lieu le soir, arrondie au millième, est de 0,507.

Partie B

Dans sa publicité, le gérant souhaite afficher que 9 clients sur 10 sont satisfaits des formules qu'il propose.
Sur les 120 clients servis au cours d'une journée, 94 se sont déclarés satisfaits.
Ce résultat de l'enquête permet-il de mettre en doute l'argument publicitaire du gérant ? Expliciter la démarche à l'aide d'un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.
La proportion de clients satisfaits est de 9 sur 10 soit 0,9, la taille de l'échantillon est de 120 personnes.
L'intervalle de fluctuation I est $\left[p - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$.
$I = \left[0{,}9 - \dfrac{1}{\sqrt{120}}\ ;\ 0{,}9 + \dfrac{1}{\sqrt{120}}\right] = [0{,}808\ ;\ 0{,}992]$.
La fréquence observée est $\dfrac{94}{120} \approx 0{,}783$.
L'affirmation du gérant n'est pas vérifiée puisque 0,783 n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation.

EXERCICE 3 **6 points**

Voici un aperçu d'une feuille de calcul regroupant le nombre de naissances dans un département français de 2009 à 2016.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Nombre de naissances y_i	8 304	8 111	8 041	7 833	7 644	7 466	7 199	6 927
4	Indice	100							

Source : INSEE - État civil - Données mises en ligne le 12/10/2017

Partie A

1. Parmi les quatre formules proposées, laquelle peut-on saisir dans la cellule C4 pour obtenir, par recopie vers la droite, les indices jusqu'en 2016 ?

① $\cancel{\text{= C3*B4/\$B\$3}}$ ② $\cancel{\text{=\$C\$3*\$B\$4/B3}}$ ③ $\boxed{\text{=C3*\$B\$4/\$B\$3}}$ ④ $\cancel{\text{=\$C\$3*B4/B3}}$

2. Déterminons le taux d'évolution du nombre de naissances entre 2009 et 2016.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{6\,927 - 8\,304}{8\,304} \approx -0,1658$.
   Le taux global d'évolution du nombre des naissances entre 2009 et 2016 exprimé en pourcentage et arrondi au dixième est de $-16,6\,\%$.
3. Expliquons pourquoi le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est de $-2,6\,\%$, au dixième près.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^7$ puisque le nombre des naissances a subi 7 évolutions durant cette période.
   $(1+t_m)^7 = \dfrac{6\,927}{8\,304} \approx 0,8342$ par conséquent $t_m = 0,8342^{\frac{1}{7}} - 1 \approx -0,02556$.
   Le taux d'évolution moyen annuel du nombre des naissances entre 2009 et 2016, arrondi à $0,1\,\%$, est égal à $-2,6\,\%$.

Partie B

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$, pour i variant de 1 à 8, est représenté sur le repère donné en **annexe, à rendre avec la copie**.

1. Une équation de la droite d'ajustement affine du nuage de points, de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = -191,82x + 8\,553,82$. Les coefficients sont arrondis au centième.
2. Pour la suite, on décide de prendre comme droite d'ajustement du nuage de points la droite Δ d'équation : $y = -192x + 8\,554$.
   a. Donnons les coordonnées de deux points de la droite Δ.
   Nous pouvons prendre $(0\ ;\ 8\,554)$ et $(12\ ;\ 6\,250)$ puis tracer cette droite dans le repère donné en annexe, à rendre avec la copie.
   b. En utilisant cet ajustement valide jusqu'en 2020, donnons une estimation du nombre de naissances dans le département concerné en 2020.
   En 2020 $x = 12$. En remplaçant x par cette valeur, nous obtenons $y = -192 \times 12 + 8\,554 = 6\,250$
   En 2020, une estimation du nombre des naissances dans le département concerné sera de 6 250.

EXERCICE 4 — 4 points

Le « continent de plastique » est la plus grande des plaques de déchets plastiques évoluant sur les océans. Elle occupe actuellement dans l'océan Pacifique une surface dont l'aire est évaluée à plus de 1,6 million de km^2, entre Hawaï et la Californie.
En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de $5,4\,\%$ par an au cours des prochaines années.
On modélise l'évolution de la masse totale de ces déchets plastiques, si rien n'est fait pour la réduire, par une suite géométrique (u_n) de raison 1,054 et de premier terme $u_0 = 300$. L'arrondi au centième du terme u_n représente la masse totale de ces déchets, exprimée en million de tonnes, pour l'année $(2017+n)$.

1. À une augmentation de $5,4\,\%$ correspond un coefficient multiplicateur de 1,054.
   $u_1 = 300 \times 1,054 = 316,2$ et $u_2 = 316,2 \times 1,054 \approx 333,27$.
2. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$.
   $u_n = 300 \times (1,054)^n$.
3. On souhaite déterminer en quelle année la masse totale de ces déchets plastiques aura pour la première fois augmenté de $50\,\%$ par rapport à sa valeur de 2017.
   a. Complétons l'algorithme ci-dessous pour que la variable N contienne la réponse au problème posé.

```
N ← 2017
U ← 300
Tant que U < 450
        N ← N + 1
        U ← 1,054U
Fin Tant que
```

b. Exécutons l'algorithme.

n	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2223	2024	2025
U	300	316,2	333,27	351,27	370,24	411,31	433,52	456,93	
U<450	Faux	Faux	Faux	Faux	Faux	Faux	Faux	Vrai	

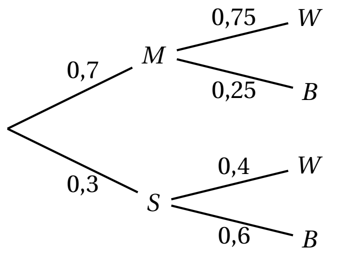
Les variables U et N après exécution de cet algorithme contiennent respectivement 456,93 et 2025.

En 2025, la masse des déchets aura dépassé 450 millions de tonnes

ANNEXE

À rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3