Durée : 3 heures

Corrigé du baccalauréat STMG Antilles–Guyane septembre 2018

EXERCICE 1 **5 points**

1. Voir l'annexe à la fin.
2. Il faut calculer $p(B \cap D) = p(B) \times p_B(D) = 0,3 \times 0,04 = 0,012$.
3. On calcule de même :
   $p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,3 \times 0,01 = 0,003$.
   $p(C \cap D) = p(C) \times p_C(D) = 0,4 \times 0,02 = 0,008$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) + p(C \cap D) = 0,003 + 0,012 + 0,008 = 0,023$.
4. Il faut trouver $p_D(C) = \dfrac{p(D \cap C)}{p(D)} = \dfrac{p(C \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0,008}{0,023} \approx 0,347\,8$ soit 0,348 au millième près.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A

1. Le chiffre d'affaires de l'usine étant proportionnel au nombre de voitures produites et vendues chaque jour, la fonction représentant ce chiffre en fonction du nombre de voitures vendues est linéaire ; sa représentation graphique est une droite : c'est donc la droite $\mathcal{C}_2$.
2. On lit pour 55 voitures produites un coût de production d'environ 440 000 €.
3. Inversement la droite d'équation $y = 600$ coupe la courbe au point d'abscisse 75.
4. Il y a bénéfice pour toutes les ventes telles que pour une abscisse de x le chiffre d'affaires est supérieur au coût de production.
   On constate que ceci est réalisé pour $x > 41$ et $x < 83$.
   Il y a donc bénéfice si $x \in [42\ ;\ 82]$.

Partie B

$R(x) = -0,001x^3 + 0,07x^2 + 3,36x - 186$.

1. R est une fonction polynôme, donc dérivable pour tout réel x ; d'où
   $R'(x) = 3 \times \left(-0,001x^2\right) + 2 \times 0,07x + 3,36 = -0,003x^2 + 0,14x + 3,36$.
2. $R'(x)$ est un trinôme du second degré.
   On a $\Delta = 0,14^2 - 4 \times (-0,003) \times 3,36 = 0,196 + 0,012 \times 3,36 = 0,196 + 0,040\,32 = 0,059\,92$.
   Comme $\Delta > 0$, R s'annule deux fois :
   en $\dfrac{-0,14 + \sqrt{0,059\,92}}{2 \times (-0,03)} \approx -17,46$ et
   en $\dfrac{-0,14 - \sqrt{0,599\,2}}{2 \times (-0,03)} \approx 64,13$.
   On sait que R est négatif (du signe de $a = -0,03$), sauf entre les racines où R est positif. De ce signe de la dérivée on en déduit les variations de R sur l'intervalle $[0 ; 100]$:

x	0		$\approx 64,13$		100
$R'(x)$		$+$	0	$-$	
$R(x)$	≈ -186	$\nearrow$	$\approx 53,618$	$\searrow$	-150

3. **a.** D'après le tableau précédent le résultat le plus grand est obtenu pour $x \approx 64,13$. Le bénéfice le plus important est obtenu en construisant 64 voitures.

   b. Pour $x = 64$, on obtient $R(64) \approx 53\,616$ €.

EXERCICE 3 **6 points**

1. La calculatrice donne comme équation (coefficients arrondis au millième) :
   $y = 0,144x + 81,989$.
2. Voir le tracé sur l'annexe.
3. 2005 correspond à l'abscisse $x = 10$ ce qui donne une espérance de :
   $y = 0,14 \times 10 + 82 = 1,4 + 82 = 83,4$ ans soit environ 83 ans et 5 mois.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A

1. De 2013 à 2014 le taux d'évolution est :
   $\dfrac{66,33 - 66}{66} = 0,5\,\%$.
2. De 2014 à 2015 le taux d'évolution est égal à 0,44 %, ce qui donne en 2015 une population d'environ :
   $66,33 \times 1,0044 \approx 66,62$ millions d'habitants.
3. De 2012 à 2016 le taux global est égal à :
   $\dfrac{66,9 - 65,66}{65,66} \approx 1,89\,\%$.
4. Avec un taux mayen annuel de t, on a :
   $65,66 \times \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)^4 = 66,9 \iff \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)^4 = \dfrac{66,9}{65,66} \iff 1 + \dfrac{t}{100} = \left(\dfrac{66,9}{65,66}\right)^{\frac{1}{4}} \iff \dfrac{x}{100} = \left(\dfrac{66,9}{65,66}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \iff x = 100\left[\left(\dfrac{66,9}{65,66}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right] \approx 0,468$ soit environ 0,46 % au centième près.
5. En prenant l'évolution précédente on obtient pour 2020 :
   $66,9 \times \left(1 + \dfrac{0,47}{100}\right)^4 \approx 68,166$ soit environ 68 170 000 habitants.

Partie B

1. La population augmentant régulièrement de 0,5 %, la raison de la suite est donc $1 + \dfrac{0,5}{100} = 1 + 0,005 = 1,005$.
2. On sait qu'alors pour cette suite géométrique de raison 1,005, on a pour tout naturel n : $u_n = 65,06 \times 1,005^n$.

3. 2020 correspond au rang $n = 8$, d'où :
   $u_8 = 65,66 \times 1,005^8 \approx 68,332$, soit environ 68,33 millions d'habitants.

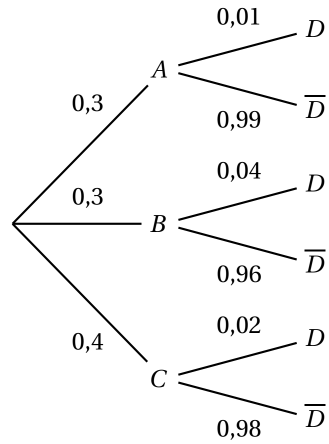
4. **a.** On complète l'algorithme :

Algorithme
$U \leftarrow 65,66$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U < 70$
$\quad U \leftarrow U \times 1,005$
Fin Tant que

   b. Il faut déterminer par le calcul le naturel n le plus petit tel que $u_n \geqslant 70$.
   Or $65,06 \times 1,005^n > 70 \iff 1,005^n > \dfrac{70}{65,06}$.
   Or $\dfrac{70}{65,66} \approx 1,0661$.
   En calculant les puissances successives de 1,005, on obtient :
   $1,005^{10} \approx 1,05,\quad 1,005^{11} \approx 1,56$, $1,005^{12} \approx 1,062$ et enfin $1,005^{13} \approx 1,0669$.
   La population française dépassera les 70 millions d'habitants au bout de 13 ans soit en 2025.

ANNEXE
à rendre avec la copie

Exercice 1



Exercice 3