Durée : 3 heures

Corrigé du baccalauréat STMG Antilles–Guyane
18 juin 2014

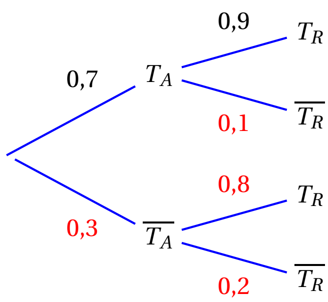
EXERCICE 1 **5 points**

Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Une agence de voyage, propose un itinéraire touristique pour lequel chaque voyageur effectue un aller-retour en utilisant soit le train, soit le bus. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.
À l'aller, le train est choisi dans 70 % des cas.
Lorsque le train a été choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.
Lorsque le bus a été choisi à l'aller le train est préféré pour le retour dans 80 % des cas.
On interroge au hasard un voyageur.
Pour tout évènement E on note $\overline{E}$ son évènement contraire et $p(E)$ sa probabilité.
On considère les évènements :
T_A : « Le voyageur choisit de faire l'aller en train »
T_R : « Le voyageur choisit de faire le retour en train ».

Pour répondre aux questions posées, complétons l'arbre ci-dessous .



1. La probabilité que le voyageur fasse le retour en bus sachant qu'il a fait l'aller en train est égale à $p_{T_A}\left(\overline{T_R}\right) = \boxed{0,1}$ (**réponse c.**)
2. La probabilité que le voyageur fasse l'aller-retour en train est égale à $p\left(T_A \cap T_R\right) = 0,9 \times 0,7 = \boxed{0,63}$ (**réponse a.**)
3. La probabilité que le voyageur utilise le bus pour le retour est égale à : $p\left(T_A \cap \overline{T_R}\right) + p\left(\overline{T_A} \cap \overline{T_T}\right) = 0,1 \times 0,7 + 0,2 \times 0,3 = 0,07 + 0,6 = \boxed{0,13}$. (**réponse b.**)
4. La probabilité que le voyageur utilise les deux moyens de transport proposés est égale à : $p\left(T_A \cap \overline{T_R}\right) + p\left(\overline{T_A} \cap T_R\right) = 0,7 \times 0,1 + 0,3 \times 0,8 = 0,07 + 0,24 = \boxed{0,31}$ (**réponse d.**)

Partie B

Pour l'itinéraire en train, le temps de trajet, exprimé en minutes, est modélisé par une variable aléatoire T. On admet que T suit une loi normale de moyenne 38 et d'écart type 2.

1. La probabilité que le temps de trajet soit inférieur à 38 minutes est $\boxed{0,5}$ d'après le tableau ou la calculatrice.

   Remarque : c'est évident puisque l'espérance est 38, donc $p(T \leqslant 38) = p(T \geqslant 38) = 0,5$ par symétrie de la courbe de densité par rapport à la droite d'équation $x = \mu$.

2. La probabilité, arrondie au centième, que le temps de trajet soit compris entre 36 et 40 minutes est :
$p(35 \leqslant T \leqslant 40) = p(T \leqslant 40) - p(T \leqslant 36) \approx 0{,}8413 - 0{,}1587 = \boxed{0{,}6826}$.

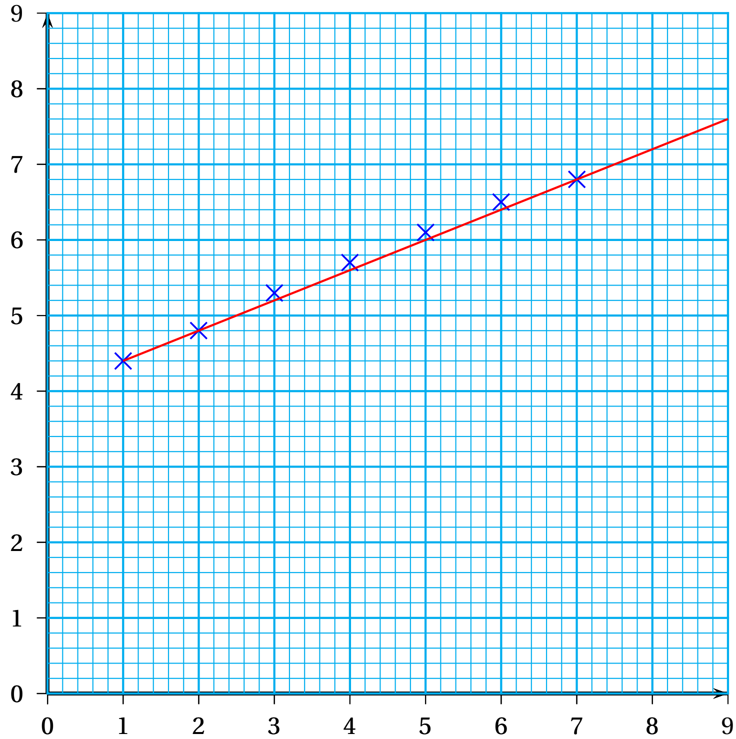
EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution, par tranches de cinq années, de la population mondiale (en milliards) entre 1980 et 2010.

Année	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'habitants (en milliards) : y_i	4,4	4,8	5,3	5,7	6,1	6,5	6,8

Partie A

1. Représentons ci-dessous le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ associé au tableau ci-dessus .



2. Une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, obtenue à la calculatrice, est : $\boxed{y = 0{,}41x+{,}03}$ (en arrondissant les coefficients à 0,01 près).

3. On modélise l'évolution de l'effectif y de la population mondiale, exprimé en milliards, en fonction du rang x de l'année par l'expression $y = 0{,}4x + 4$.

a. La droite est représentée ci-dessus.

b. 2015 correspond à un rang $x = 8$ (les années vont de 5 en 5).
On remplace x par 8 dans l'équation de la droite : $y = 0{,}4 \times 8 + 4 = 7{,}2$.
En 2015, on peut estimer l'effectif de la population mondiale à $\boxed{\text{7,2 milliards d'habitants}}$.

c. On résout l'inéquation $0{,}4x + 4 \geqslant 8$.
On trouve $0{,}4x \geqslant 4$ d'où $x \geqslant \dfrac{4}{0{,}4} = \dfrac{40}{4} = 10$.
Selon ce modèle, la population dépassera 8 milliards d'habitants en **2025**

Partie B

1. $\dfrac{6,8-4,4}{5,3} = \dfrac{2,4}{4,4} \approx 0,545 = \boxed{54,5\,\%}$ Le taux global d'évolution de la population mondiale entre 1980 et 2010 est d'environ 54,5 %.
2. Soit t le taux moyen annuel moyen d'évolution de la population mondiale entre 1980 et 2010.
   Le coefficient multiplicateur global est $1+\dfrac{54,5}{100} \approx 1,545$, mais aussi $(1+t)^{30}$.
   On en déduit $1+t = 1,545^{\frac{1}{30}}$ donc $t = 1,545^{\frac{1}{30}} - 1 \approx 0,0146$, soit $\boxed{1,46\,\%}$.
   Le taux moyen annuel d'évolution de la population mondiale entre 1980 et 2010, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 % est d'environ 1,46 %.

Exercice 3 **4 points**

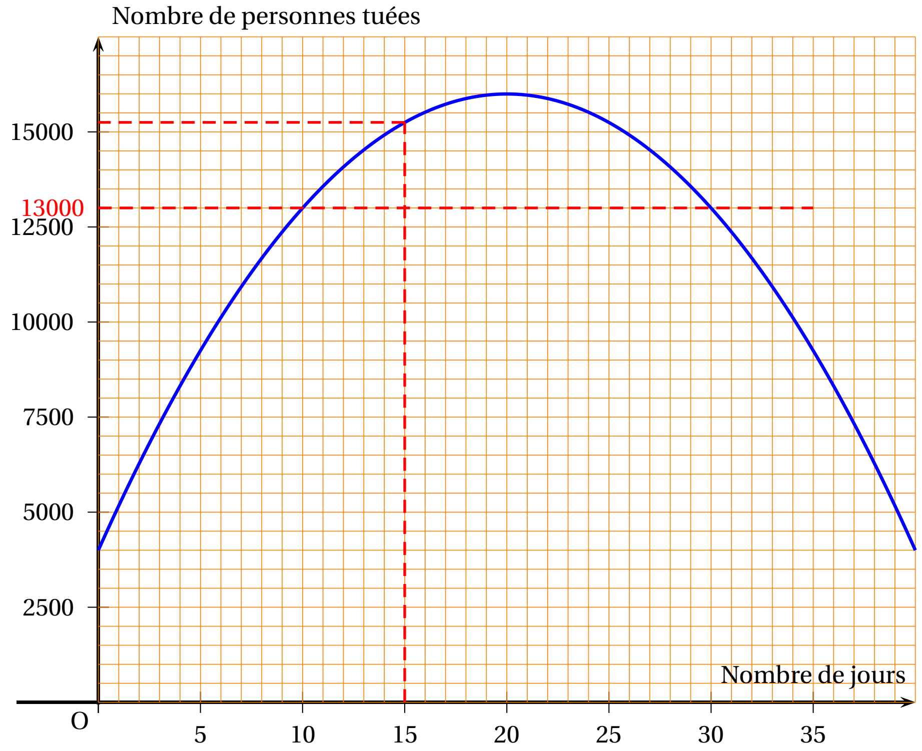
On s'intéresse à la propagation d'une maladie dans une ville de 130 000 habitants.
La fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,40]$ par

$$f(t) = -30t^2 + 1\,200t + 4\,000$$

modélise le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de t jours de suivi de la propagation.

Partie A : Étude graphique

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f.



1. Au bout de 15 jours de suivi de la propagation, le nombre de personnes touchées par la maladie est d'environ $\boxed{15\,250}$.
2. La population totale de la ville est de 130 000. 10 % de cette population représentent 13 000 personnes.
   On cherche les points de la courbe dont l'ordonnée est supérieure ou égale à 13 000 et on lit leurs abscisses.
   Les crèches ont été fermées entre le 10^{e} jour et le 30^{e}, donc pendant 20 jours.

Partie B : Étude algébrique

1. $f(t) = -30t^2 + 1200t + 4000$ donc $f'(t) = -30 \times 2t + 1200 = \boxed{-60t + 1200}$.
2. $f'(t) = 0$ équivaut à $-60t + 1200 = 0$ donc $t = \dfrac{1200}{2} = 20$.
   f' est une fonction affine de coefficient directeur -2 négatif, donc décroissante.
   $f'(t)$ est donc positif pour $t \leqslant 20$ puis négatif pout $t \geqslant 20$.
   Le tableau de variation de f est donc

t	0		20		40
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗	16 000	↘	
	4 000				4 000

3. Le nombre de personnes touchées par la maladie est maximal **au bout de 20 jours**.
   Le nombre de personnes touchées est alors de 16 000

Exercice 4 — 6 points

Cet exercice est composé de deux parties indépendantes l'une de l'autre.

Partie A : les économies ...

Afin de se constituer un capital, un épargnant place 1 000 euros sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 euros sur ce compte.
On note u_n le montant en euros du capital accumulé au bout de n mois.
Ainsi $u_0 = 1000$.

1. Calculons u_1, u_2 et u_3 :
   $u_1 = u_0 + 75 = \boxed{1075}$
   $u_2 = u_1 + 75 = \boxed{1150}$
   $u_3 = u_2 + 75 = \boxed{1225}$
2. **a.** Pour tout n, on a : $u_{n+1} = u_n + 75$; la suite (u_n) est **arithmétique** de raison $\boxed{r = 75}$ et de premier terme $\boxed{u_0 = 1000}$.

   b. On en déduit $u_n = u_0 + nr$ donc $\boxed{u_n = 1000 + 75n}$.
   On cherche n tel que $u_n \geqslant 3500$.
   Cela s'écrit $1000 + 75n \geqslant 3500$ d'où $75n \geqslant 3500 - 1000 = 2500$ donc $n \geqslant \dfrac{2500}{75} \approx 33,3$.
   Le capital accumulé dépassera 3 500 € **au bout de 34 ans**.

Partie B : et les dépenses ...

Cet épargnant doit surveiller ses dépenses.
En janvier 2014 il a dépensé 660 € et, jusqu'à présent, ses dépenses ont augmenté chaque mois de 4 %.
On suppose que cette évolution va se poursuivre à l'avenir.
Cette évolution conduit à modéliser le montant en euros des dépenses mensuelles au cours du n-ième mois après janvier 2014 par le terme v_n d'une suite géométrique.
Ainsi $v_0 = 660$.

1. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 4 % est 1,04.
   On en déduit $\boxed{v_1 = 1,04\,v_0}$.

   Pour tout n, on a $v_{n+1} = 1,04v_n$ donc la suite (v_n) est géométrique de raison $\boxed{q = 1,04}$ et de premier terme $\boxed{v_0 = 660}$.
   Alors, pour tout n : $v_n = v_0 \times q^n = \boxed{v_n = 660 \times 1,04^n}$.

   On en déduit $v_3 = 660 \times 1,04^3 \approx \boxed{742,41}$.
   En avril 2014 ($n = 3$), il a dépensé environ 742,41 €.
2. Décembre 2014 correspond à $n = 11$.
   Sa dépense sera $660 \times 1,04^{11} \approx \boxed{1\,016,04}$ €.
3. On cherche à partir de quand l'épargnant devrait avoir doublé sa dépense.
   Pour cela, on programme la suite sur la calculatrice et on cherche le plus petit entier n tel que $v_n \geqslant 1\,320$.
   On a $v_{17} \approx 1\,285,61$ et $v_{18} \approx 1\,337,04$.
   La valeur cherchée est $\boxed{n = 18}$.
   C'est en **juillet 2015** que sa dépense aura doublé par rapport à celle de janvier 2014