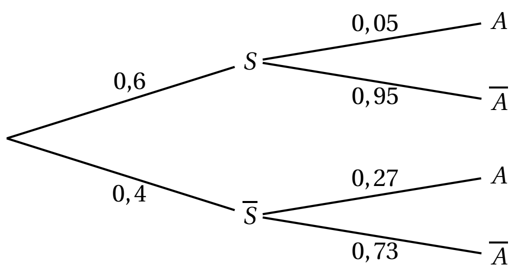
Corrigé du baccalauréat STMG Nouvelle Calédonie 27 novembre 2020

EXERCICE 1 **4 points**

1.



2. $S \cap A$ désigne l'évènement Le membre pratique une activité sportive **et** une activité artistique.
$p(S \cap A) = p(S) \times p_S(A) = 0,6 \times 0,05 = 0,030$.

3. On a de même $p\left(\overline{S} \cap A\right) = p\left(\overline{S}\right) \times p_{\overline{S}}(A) = 0,4 \times 0,27 = 0,108$.
D'après la loi des probabilités totales :
$p(A) = p(S \cap A) + p\left(\overline{S} \cap A\right) = 0,030 + 0,108 = 0,138$.

4. On calcule $p_A(S) = \dfrac{p(A \cap S)}{p(A)} = \dfrac{p(S \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0,030}{0,138} \approx 0{,}2174$ soit environ 0,217 au millième près.

EXERCICE 2 **5 points**

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

1. Les points sont à peu près alignés : un ajustement affine est donc envisageable.
2. La calculatrice donne $y = 281,0x + 5\,813,4$.
3. Voir à la fin.
4. • *Graphiquement* : on trace la droite verticale $x = 25$ qui coupe la droite d'ajustement en un point d'ordonnée 12 800 (environ).

• *Par le calcul* Avec $x = 25$, l'équation de la droite d'ajustement donne $y = 280 \times 25 + 5\,800 = 7\,000 + 5\,800 = 12\,800$.

Partie B

1. La courbe de la densité étant symétrique autour de la droite verticale $x = 26$, on a $P(X \leqslant 26) = 0,5$.
Il y a une chance sur deux que le temps de trajet soit inférieur à la moyenne.
2. La calculatrice donne $P(X \leqslant 28) \approx 0{,}841\,3$, donc $P(X > 28) \approx 1 - 0{,}841\,3 \approx 0{,}158\,6$.
Donc $P(X > 28) \approx 0,159$.

EXERCICE 3 **5 points**

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,1 %.

1. De 1997 à 2019, le taux d'évolution est $\tau = \dfrac{50 - 1300}{1300} \approx -0{,}961\,5$.
Donc le taux est égal à environ $-0,962$ ou $-96,2\,\%$à$0,1\,\%$ près.
2. Soit t ce taux annuel moyen sur les 22 ans.
On a donc : $(1+t)^{22} = 1 - 0,962$, ou $(1+t)^{22} = 1 - 0,038$, soit $1 + t = 0,038^{\frac{1}{22}} \approx$.
Or $0,038^{\frac{1}{22}} \approx 0,862$ et $1 + t \approx 0,862$ donne $t \approx -0,138$, soit un taux d'évolution annuel moyen de $-13,8\,\%$.

Partie B

1. Une baisse de 14 % revient à multiplier par $\left(1-\dfrac{14}{100}\right)=1-0,14=0,86$.

   Donc $u_1=50\times 0,86=43$.
2. On a vu que quel que soit le naturel n, $\quad u_{n+1}=0,86u_n$: cette égalité montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0=50$ et de raison $q=0,86$.
3. On sait qu'alors quel que soit le naturel n, $u_n=u_0\times q^n$, soit ici $u_n=50\times 0,86^n$.
4. 2029 correspond à $n=10$, et $u_{10}=50\times 0,86^{10}\approx 11,065$, donc environ 11 065 papillons.
5. L'algorithme s'arrête pour $N=11$, soit en 2030.

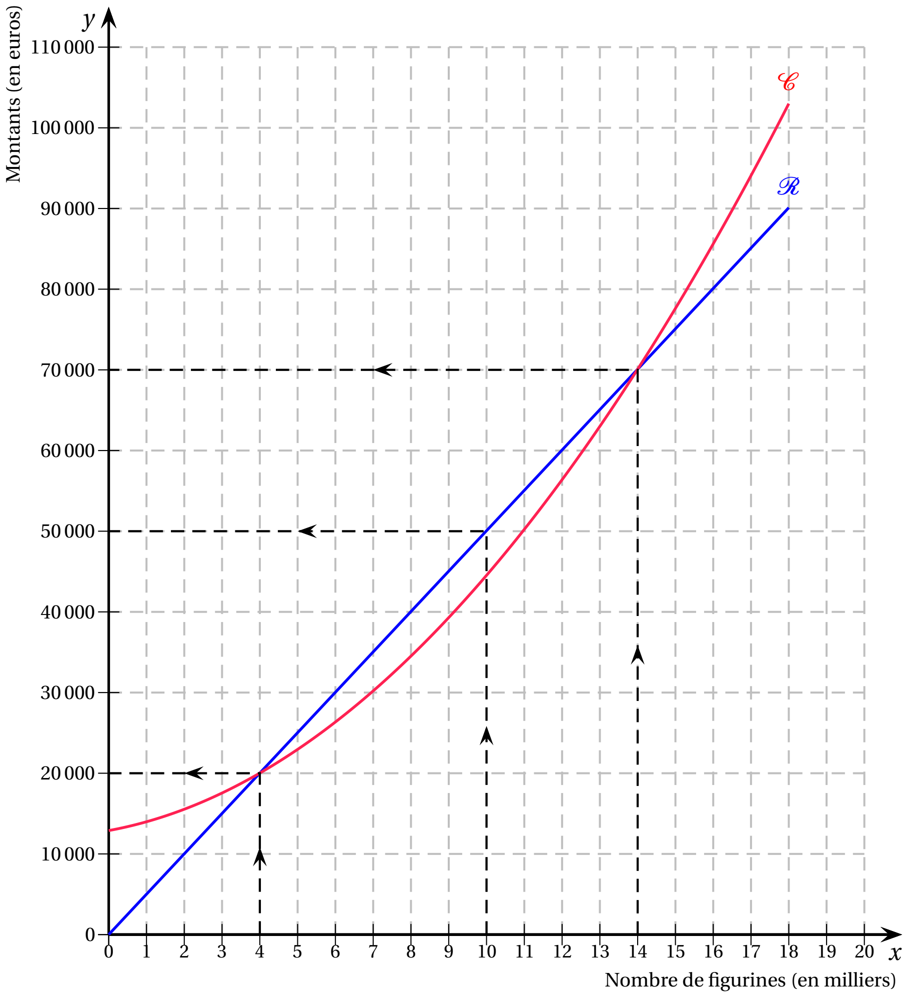
```
U ← 50
N ← 0
Tant que U ⩾ 10
    U ← U × 0,86
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

Exercice 4 **6 points**

Partie A : lecture graphique

1. On lit aisément sur le graphique $R(10)=50\,000$ (€).
2. Il y a profit quand pour une valeur donnée de x, $\quad R(x)>C(x)$, donc pour les valeurs de x où le point de R est au dessus du point de C. On lit que ceci se produit lorsque $x\in]4\,;\,14[$.

   Il y a profit quand l'entreprise produit entre 4 000 et 14 000 figurines.



Partie B :étude du bénéfice mensuel

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880.$$

1. On admet que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,18]$:

$$B(x) = -230\left(x^2 - 18x + 56\right).$$

a.

$$x^2 - 18x + 56 = 0.$$

On a $\Delta = 18^2 - 4 \times 56 = 324 - 224 = 100 = 10^2 > 0$: l'équation a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{18+10}{2} = 14 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{18-10}{2} = 4.$$

$S = \{4\,;\,14\}$.

b. La question précédente a montré que $B(4) = B(14) = 0$.
Pour une production de 4 000 ou 14 000 figurines (points morts), le bénéfice est nul.

2. On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ par :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880.$$

a. Sur $[0\,;\,18]$, on a $B'(x) = 2 \times (-230x) + 4\,140 = 4\,140 - 460x$.

b.
- $B(x) > 0$ si $4\,140 - 460x > 0$ ou $4\,140 > 460x$, soit $x < \dfrac{4\,140}{460} = 9$;
- $B(x) < 0$ si $4\,140 - 460x < 0$ ou $4\,140 < 460x$, soit $x > \dfrac{4\,140}{460} = 9$;
- $B(x) = 0$ si $4\,140 - 460x = 0$ ou $4\,140 = 460x$, soit $x = \dfrac{4\,140}{460} = 9$.

La fonction est donc croissante sur $[0\,;\,9]$ de $-12\,880$ à $B(9) = 5\,750$ et décroissante sur $[9\,;\,18]$ de $5\,750$ à $-12\,880$.

c. On a vu que le maximum du bénéfice est obtenu pour une vente de 9 000 figurines pour un bénéfice maximal de 5 750 €.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2