∽ Corrigé du baccalauréat STMG Centres étrangers ∾ 8 juin 2016

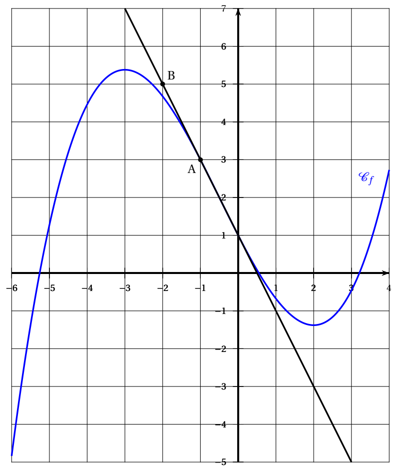
EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses est exacte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, on considère la fonction f définie sur $[-6 ; 4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.



La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A$(-1 ; 3)$. Elle passe par le point B$(-2 ; 5)$.

1. Le nombre dérivé de f en -1 est égal à

~~**a.** $\frac{1}{2}$~~ $\quad$ $\boxed{\textbf{b.}\ -2}$ $\quad$ ~~**c.** 1~~

le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \frac{5-3}{-2+1} = -2$.

2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$ est

~~**a.** $[-6 ; -3] \cup [2 ; 4]$~~ $\quad$ $\boxed{\textbf{b.}\ [-3 ; 2]}$ $\quad$ ~~**c.** $[-6 ; -5,2] \cup [0,5 ; 3,2]$~~

intervalle sur lequel la fonction est décroissante

Partie B

Dans cette partie, on considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-2 ; 5]$ par

$$g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x$$

et on note g' sa fonction dérivée.

1. Pour tout $x \in [-2 ; 5]$,

~~**a.** $g'(x) = -3x^2 + 2x + 12$~~ $\quad$ $\boxed{\textbf{b.}\ g'(x) = -6x^2 + 6x + 12}$ $\quad$ ~~**c.** $g'(x) = -2x^2 + 3x + 12$~~

La fonction dérivée de $x \longmapsto (-2)x^3$ est $x \longmapsto (-2) \times 3x^2$

2. Le maximum de la fonction g sur $[-2\ ;\ 5]$ est égal à

$\boxed{\textbf{a. } 20}$ ~~**b.** 4~~ ~~**c.** -115~~

EXERCICE 2 — 5 points

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au millième.

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de A.

En 2013, le parc automobile français s'élevait à 38,204 millions de véhicules, parmi lesquels on comptait 31,622 millions de voitures particulières, les autres véhicules étant des utilitaires légers ou des véhicules lourds (Source INSEE).
D'autre part, on sait que :

- 62 % des voitures particulières sont des véhicules diesel ;
- parmi les autres véhicules, 6 % sont des véhicules essence.

On choisit au hasard un véhicule dans le parc automobile français.
On considère les évènements suivants :

V : « Le véhicule choisi est une voiture particulière. »

D : « Le véhicule est un véhicule diesel. »

1. La proportion de voitures particulières parmi les véhicules en circulation est : $\dfrac{31{,}622}{38{,}204} \approx 0{,}827\,71$. Par conséquent la probabilité $p(V)$, arrondie au millième, est égale à $0,828$.

2. L'arbre de probabilité décrivant la situation est complété sur celui donné en annexe 1.

3. **a.** La probabilité que le véhicule choisi soit une voiture particulière roulant au diesel est notée $p(V \cap D)$.
$p(V \cap D) = p(V) \times p_V(D) = 0{,}828 \times 0{,}62 = 0{,}513\,36$
La probabilité que le véhicule choisi soit une voiture particulière roulant au diesel est 0,513 arrondie au millième.

b. Calculons $p(D)$.
$P(D) = p(V \cap D) + p(\overline{V} \cap D) = 0{,}513\,36 + p(\overline{V}) \times p_{\overline{V}}(D) = 0{,}513\,36 + 0{,}172 \times 0{,}94 = 0{,}513\,36 + 0{,}161\,68 = 0{,}675\,04$
La probabilité que le véhicule choisi soit un véhicule diesel est, arrondie au millième, $0,675$.

c. On suppose que le véhicule choisi roule au diesel.
La probabilité que ce ne soit pas une voiture particulière est notée $p_D(\overline{V})$.
$p_D(\overline{V}) = \dfrac{p(\overline{V} \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0{,}162}{0{,}675} = 0{,}24.$

4. On choisit au hasard 10 véhicules dans un échantillon du parc automobile français suffisamment important pour assimiler ce choix à dix tirages successifs avec remise.

Calculons la probabilité pour qu'exactement trois d'entre eux ne roulent pas au diesel. Cela revient à calculer la probabilité qu'exactement 7 véhicules circulent au diesel.

Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicules diesel. Y suit une loi de Bernoulli de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}675$.

$p\,(Y = 7) = \dbinom{10}{7} 0{,}675^7 \times (1 - 0{,}675)^3 \approx 0{,}263$

La probabilité pour qu'exactement trois d'entre eux ne roulent pas au diesel est, arrondie au millième, 0,263.

5. Un constructeur automobile équipe ses véhicules diesel d'un nouveau moteur. La durée de vie de ce moteur, exprimée en nombre de kilomètres parcourus, est modélisée par une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 200\,000$ et d'écart-type $\sigma = 30\,000$.

Donnons la probabilité que la durée de vie de ce moteur soit supérieure à 260 000 km c'est-à-dire $p(X \geqslant 260000)$.

À l'aide de la calculatrice, nous trouvons $p(X \geqslant 260\,000) \approx 0{,}022\,75$.

EXERCICE 3 — 6 points

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au centime d'euro.

Justine et Benjamin sont embauchés en 2014 dans la même entreprise.

1. Le salaire mensuel de Justine est de 1 600 € en 2014.

Son contrat d'embauche stipule que son salaire mensuel augmente chaque année de 1 % jusqu'en 2024.

On note u_0 le salaire mensuel (en euro) de Justine en 2014 ($u_0 = 1\,600$) et, pour tout entier $n \leqslant 10$, on note u_n son salaire mensuel (en euro) pour l'année $2014 + n$.

a. À une augmentation de 1 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,01.

$u_1 = 1600 \times 1{,}01 = 1\,616$ et $u_2 = 1\,616 \times 1{,}01 = 1\,632{,}16$.

b. Puisque chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par 1,01, nous avons donc pour tout entier n compris entre 0 et 9, $u_{n+1} = 1{,}01 u_n$.

c. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.

Nous obtenons alors $u_n = 1\,600 \times 1{,}01^n$ pour tout entier n compris entre 0 et 10.

d. Déterminons à partir de quelle année le salaire mensuel de Justine dépassera 1 700 €.

En utilisant la table d'une calculatrice, nous obtenons pour $n = 6$, 1 698,43 et pour $n = 7$, 1 715,42.

Par conséquent, à partir de 2021, le salaire mensuel de Justine dépassera les 1 700 euros.

2. Le salaire mensuel hors prime de Benjamin est de 1 450 € en 2014. Son contrat d'embauche prévoit que, jusqu'en 2024, son salaire mensuel hors prime augmente chaque année de 2 % et qu'il bénéficie en plus d'une prime mensuelle de 50 €.

On note v_0 le salaire mensuel (en euro) de Benjamin en 2014 ($v_0 = 1\,500$) et, pour tout entier $n \leqslant 10$, on note v_n son salaire mensuel (en euro) pour l'année $2014 + n$.

a. À une augmentation de 2 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,02.

$v_1 = 1\,450 \times 1{,}02 + 50 = 1\,479 + 50 = 1\,529$ et $v_2 = 1\,479 \times 1{,}02 + 50 = 1\,508{,}58 + 50 = 1\,558{,}58$.

b. Parmi les algorithmes suivants, un seul permet de calculer le terme d'indice n de la suite (v_n).

L'algorithme qui permet de calculer le terme d'indice n de la suite est l'algorithme 2.

En effet l'algorithme 1 calcule l'augmentation sur la prime, et l'algorithme 3 ne tient pas compte de la prime et de plus dans la boucle on repart toujours de 1 450.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables	**Variables**	**Variables**
k et n sont des entiers	k et n sont des entiers	k et n sont des entiers
v est un nombre réel	v est un nombre réel	v est un nombre réel
Entrée	**Entrée**	**Entrée**
Valeur de n, $n \leqslant 10$	Valeur de n, $n \leqslant 10$	Valeur de n, $n \leqslant 10$
Traitement	**Traitement**	**Traitement**
v prend la valeur 1 450	v prend la valeur 1 450	Pour k allant de 1 à n
Pour k allant de 1 à n	Pour k allant de 1 à n	v prend la valeur 1 450
v prend la valeur $v \times 1,02$	v prend la valeur $v \times 1,02$	v prend la valeur $v \times 1,02 + 50$
v prend la valeur $v + 50$	FinPour	FinPour
FinPour	v prend la valeur $v + 50$	**Sortie**
Sortie	**Sortie**	Afficher v
Afficher v	Afficher v	

3. a. En faisant tourner l'algorithme 2, nous montrons que le salaire mensuel de Benjamin dépassera 1 700 € à partir de l'année 2021. On obtient successivement $v_3 = 1\,588{,}75$, $v_4 = 1\,619{,}53$, $v_5 = 1\,650{,}92$, $v_6 = 1682{,}94$ et enfin $v_7 = 1\,715{,}59$.

b. La calculatrice permet de calculer les salaires de Justine u_n et de Benjamin, v_n.

n	u_n	v_n
0	1 600	1 500
1	1 616	1 529
2	1 632,16	1 558,58
3	1 648,48	1 588,75
4	1 664,97	1 619,53
5	1 681,62	1 650,92
6	1 698,43	1 682,94
7	1 715,42	1 715,59

Le salaire de Benjamin dépassera celui de Justine en 2021.

EXERCICE 4 — 5 points

On donne ci-dessous un extrait de feuille de calcul donnant le nombre d'accidents corporels liés à la Sécurité routière en France métropolitaine, de 2005 à 2013.
La ligne 4 doit indiquer les taux d'évolution successifs entre deux années consécutives. Elle est au format pourcentage à deux décimales.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Nombre d'accidents corporels y_i	84 525	80 309	81 272	74 487	72 315	67 288	65 024	60 437	56 812
4	Taux d'évolution									

Source : Observatoire National Interministériel de Sécurité Routière (ONISR)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

1. Calculons le taux d'évolution du nombre d'accidents corporels entre 2005 et 2006.

Le taux t est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{80\,309 - 84\,525}{84\,525} \approx -0{,}049\,88$.

Le taux d'évolution (arrondi à 0,01 %) du nombre d'accidents corporels entre 2005 et 2006 est d'environ $-4{,}99\,\%$.

2. Une formule que l'on peut saisir dans la cellule C4 pour obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution successifs entre deux années consécutives est =(C$3-B$3)/B$3.

3. Calculons le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'accidents corporels entre 2005 et 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 %.

Calculons d'abord le coefficient multiplicateur du nombre d'accidents entre 2005 et 2013. Il vaut $\dfrac{56\,812}{84\,525}$.

Si t_m est le taux d'évolution annuel moyen entre 2005 et 2013, le coefficient multiplicateur global est $(1+t_m)^8$ puisqu'il y a eu huit évolutions. Déterminons alors t_m.

$t_m = \left(\dfrac{56\,812}{84\,525}\right)^{1/8} - 1 \approx -0{,}048\,44$.

Le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'accidents corporels entre 2005 et 2013, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 % est $-4{,}84$ %.

Partie B

1. Le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté dans le repère donné en annexe 2.

2. Calculons $\overline{y}$ le nombre moyen annuel d'accidents corporels entre 2005 et 2013.

$\overline{y} = \dfrac{84\,525 + 80\,309 + \cdots + 60\,437 + 56\,812}{9} \approx 71\,385$.

On se propose d'étudier deux modèles d'évolution différents du nombre annuel d'accidents corporels.

3. Premier modèle

a. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au dixième est $y = -3\,502{,}7x + 85\,396{,}3$.

b. Pour simplifier les calculs, on prend comme équation de cette droite : $y = -3\,503x + 85\,396$.

Cette droite est tracée dans le repère donné en annexe 2.

c. Suivant ce modèle, déterminons le nombre d'accidents corporels en 2020 en France métropolitaine. Le rang de l'année 2020 est 15.

En remplaçant x par 15 dans l'équation de la droite, nous obtenons $y = -3503 \times 15 + 85396 = 32\,851$.

Suivant ce modèle, le nombre d'accidents corporels en 2020 en France métropolitaine serait d'environ 32 851.

4. Deuxième modèle

On admet qu'un autre ajustement du nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ sur l'intervalle [0 ; 8] est réalisé par la courbe représentative de la fonction définie par $f(x) = -91x^2 - 2\,774x + 84\,546$.

On s'interroge sur la pertinence de prolonger cet ajustement au-delà de 2013.

a. La valeur que ce modèle donne pour le nombre d'accidents corporels en 2013 en France métropolitaine est $f(8)$. $f(8) = -91 \times 8^2 - 2\,774 \times 8 + 84\,546 = 56530$.

b. Suivant ce modèle, le nombre d'accidents corporels en France métropolitaine serait nul lorsque $f(x) = 0$. Résolvons $-91x^2 - 2\,774x + 84\,546 = 0$

Calculons Δ ; $\Delta = (-2\,774)^2 - 4 \times (-91) \times 84\,546 = 38\,469\,820$. Par conséquent le trinôme admet deux racines :

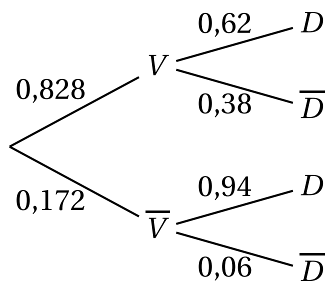
$x_1 = \dfrac{1387 - \sqrt{9617455}}{91} \approx -49{,}32$ $\qquad x_2 = \dfrac{1387 + \sqrt{9617455}}{91} \approx 18{,}84$

Le nombre d'accidents corporels en France métropolitaine devrait avoir disparu en 2024.

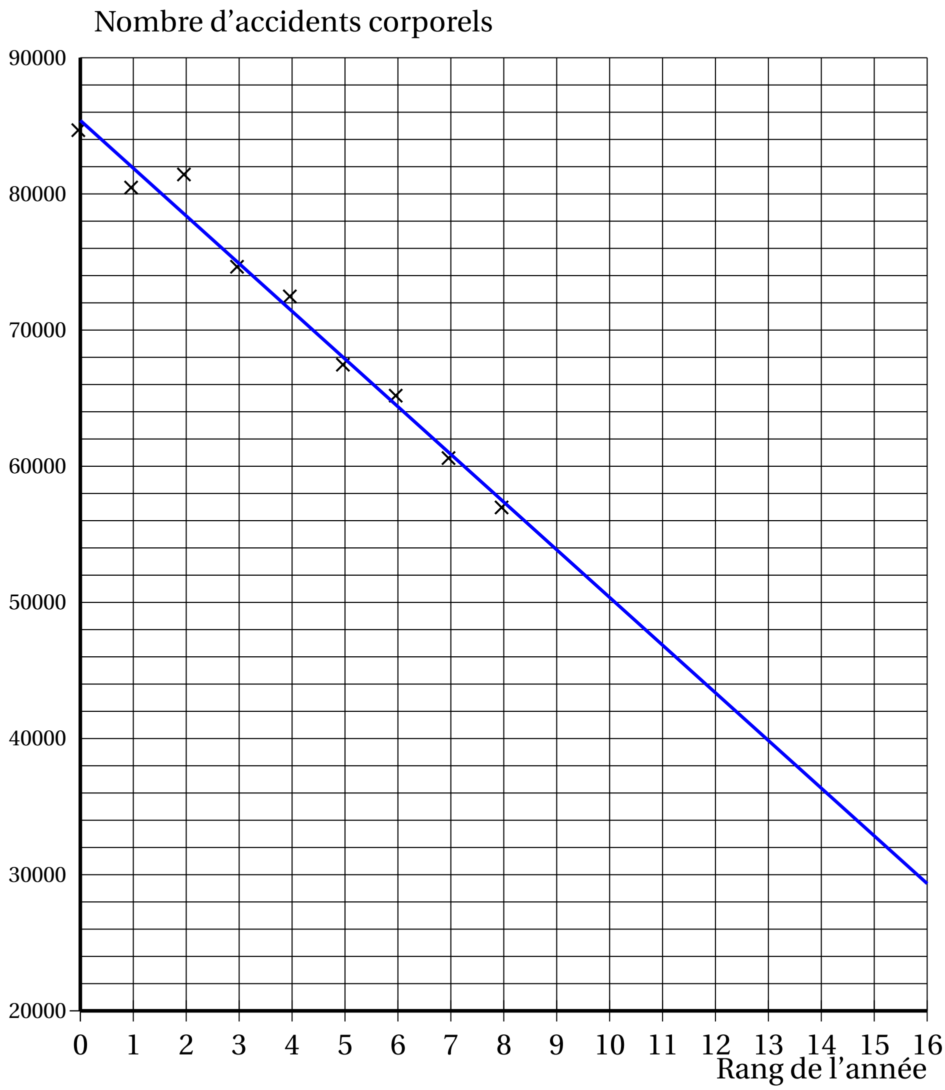
c. Les résultats obtenus sont irréalistes. Les modèles ne sont pas pertinents.

Annexe (à rendre avec la copie)

Annexe 1, exercice 2



Annexe 2, exercice 4



Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'**A. P. M. E. P.**, merci.