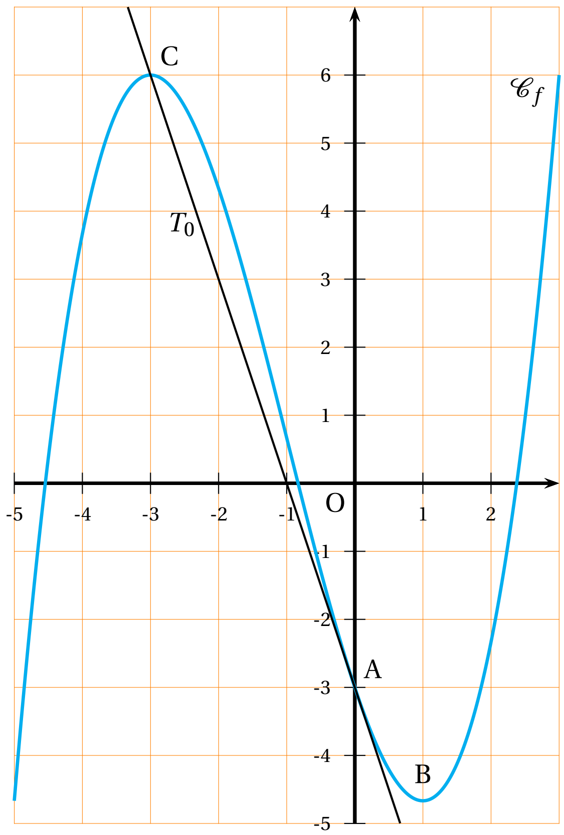
Correction du baccalauréat STMG Centres étrangers 17 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 3]$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.

Soit A le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(0 ; -3)$, B et C les points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectivement égales à 1 et à -3. La tangente T_0 en A à $\mathscr{C}_f$ passe par le point C. Les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points B et C sont horizontales.



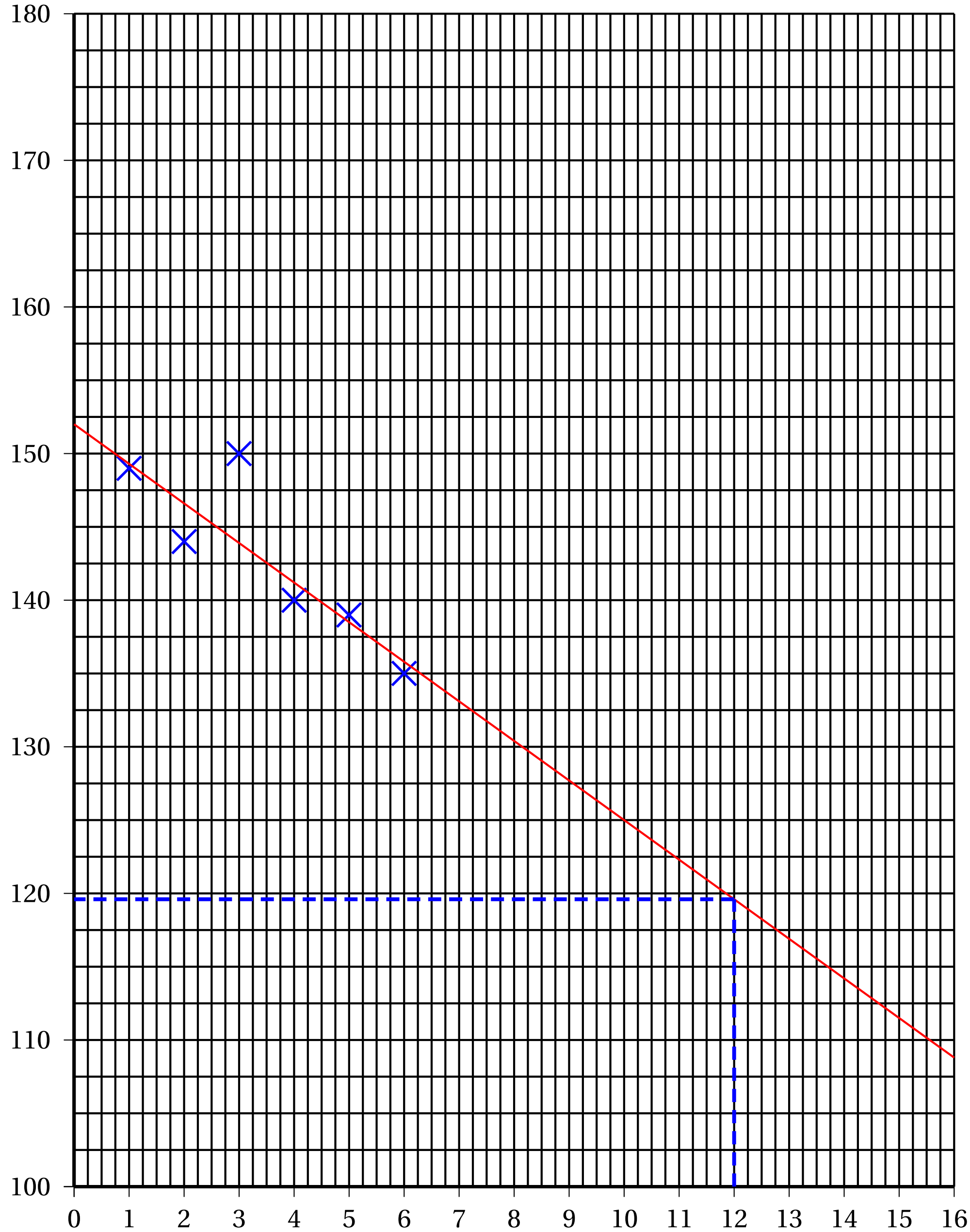
1. $\boxed{f(1) = -4,6}$ (**réponse d.**)
2. Le nombre dérivé en 1 de la fonction f est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en 1 ; cette tangente est horizontale, donc a pour coefficient directeur 0.
   $\boxed{f'(1) = 0}$ (**réponse c.**)
3. Une équation de la tangente en un point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a est :
   $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
   La tangente T_0 a donc pour équation
   $y = f'(0)x + f(0)$.
   $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en 0, qui passe par les points C(-3 ; 8) et A(0 ; -3).
   $f'(0) = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{6-(-3)}{-3-9} = \dfrac{9}{-3} = -3.$
   T_0 a donc pour équation $\boxed{y = -3x - 3}$ (**réponse a.**)
4. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Sur l'intervalle $[-4 ; -2]$, les variations de f changent, donc f' change de signe (**réponse b.**)

EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes (en milliers) y_i	149	144	150	140	139	135

1. **a.** Voilà le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.



b. Ces points sont à peu près alignés (sauf un), donc on peut envisager un ajustement affine.

2. À la calculatrice, on calcule une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On obtient : $\boxed{y = -2,71x + 162,3}$, en arrondissant les coefficients à 0,1 près.

3. On décide de modéliser l'évolution du nombre y de ventes de voitures neuves en fonction du rang x du mois par l'expression $y = -2,7x + 152$.
   a. La droite est tracée dans le repère ci-dessus.
   b. Décembre 2013 correspond à $x = 12$. Nous pouvons lire sur le graphique l'ordonnée du point de la droite d'abscisses 12 ou remplacer x par 12 dans l'équation (plus précis).
   On obtient $y = -2,7 \times 12 + 152 = \boxed{119,6}$. On peut prévoir une vente de 119 600 voitures en décembre 2013.
   c. On résout l'inéquation $-2,7x + 152 < 130$.
   On en déduit $-2,7x < -22$, d'où, en divisant par le nombre négatif -2,7 :
   $x > \dfrac{22}{2,7} \approx 8,1$.
   On prend le premier nombre entier vérifiant cette condition, donc $x = 9$.
   On pouvait prévoir que le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130 000 véhicules à partir de septembre 2013.

EXERCICE 3 **6 points**

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

La feuille de calcul ci-dessous traduit l'évolution du prix moyen des maisons dans une ville donnée entre 2006 et 2011. Elle indique également le taux d'évolution annuel (arrondi à 0,1 %) de ce prix, et son indice, avec 100 pour indice de base en 2006.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Valeur (en euros)	200 000	205 000	214 840		231 562	232 458	234 813	239 744
3	Taux d'évolution annuel en %		+ 2,5 %	+ 4,8 %	+1,3 %	+ 6,4 %		+ 1 %	+ 2,1 %
4	Indice	100	102,5	107,4	108,8	115,8	116,2	117,4	119,9

Ainsi, entre les années 2006 et 2007, le prix moyen des maisons de la ville a augmenté de 2,5 %.

1. a. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 1,3 % est 1,015.
   $214840 \times 1,013 \approx 217633$.
   Le prix moyen des maisons en 2009, arrondi à l'euro, est : $\boxed{217633}$ €.
   b. Le taux d'évolution est $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} = \dfrac{232458 - 231562}{231562} = \dfrac{896}{231562} \approx 0,0039$, soit environ 0,39 %.
2. Les deux formules que l'on peut saisir dans la cellule C4 pour obtenir, après recopie vers la droite, les valeurs de la plage de cellules C4 : I4 sont :
   la **b.**, $\boxed{\text{=C2/200 000*100}}$ et la **d.** $\boxed{\text{=C2/\$B\$2*\$B\$4}}$

Partie B

Madame ÉCONOME décide de faite fructifier son capital à partir du 1er janvier 2015 sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 5 %. Elle hésite entre deux options.

1. Première option : effectuer un versement unique de 10 000 €.
   Soit n un entier naturel. On note u_n le capital en euros acquis le 1er janvier de l'année $(2015 + n)$.
   Ainsi $u_0 = 10000$.
   a. Le **coefficient multiplicateur** associé à une hausse de 5 % est 1,05, donc $u_1 = 1,05u_0 = \boxed{10500}$.

b. Pour tout n, $\boxed{u_{n+1}=1,05u_n}$, donc la suite (u_n) est **géométrique**, de raison $\boxed{q=1,05}$ et de premier terme $\boxed{u_0=10\,000}$.

On en déduit $\boxed{u_n=10\,000\times 1,05^n}$.

c. 2025 correspond à $n=10$. $u_{10}=10\,000\times 1,05^{10}\approx 16\,289$.

Le capital acquis au 1er janvier 2025, arrondi à l'euro, sera de $\boxed{16289}$ €.

2. Deuxième option : effectuer au 1er janvier de chaque année un versement de 1 000 € à partir de 2015.
On note C_n le capital, en euros, au 1er janvier de l'année $(2015+n)$, une fois le versement de 1 000 € effectué. Ainsi $C_0=1\,000$.

a. Le coefficient multiplicateur annuel est toujours 1,05 et on ajoute 1 000 chaque année, donc, pour tout n :

$$\boxed{C_{n+1}=1,05C_n+1\,000}.$$

b. On considère l'algorithme suivant :

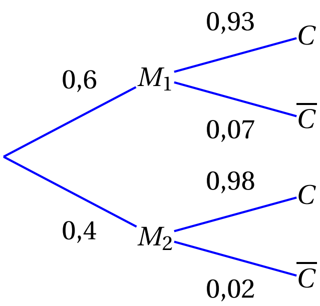
Variables	k et C sont deux nombres entiers
Initialisation	k prend la valeur 0 C prend la valeur 1 000
Traitement	Tant que $C<10\,000$ C prend la valeur $1,05C+1\,000$ k prend la valeur $k+1$ Fin Tant que
Sortie	Afficher k

L'algorithme calcule les termes consécutifs de la suite (C_n) et affiche le plus petit entier k tel que $C_k\geqslant 10000$.
Comme l'algorithme donne $k=8$, cela signifie que le terme C_8 est le premier des termes C_n vérifiant $C_n\geqslant 10\,000$.
On a effectivement $C_7\approx 9\,549,11$ et $C_8\approx 11\,026,56$.

Exercice 4 **6 points**

Partie A

1. Complétons l'arbre de probabilités (la somme des probabilités des branches issues d'un même nœud vaut 1) :



2. **a.** $p\left(M_1\cap\overline{C}\right)=p_{M_1}\overline{C}\times p\left(M_1\right)=0,07\times 0,6=\boxed{0,042}$.

b. $p\left(M_2\cap\overline{C}\right)=p_{C_2}(\overline{C}\times p\left(M_2\right))=0,02\times 0,4=\boxed{0,008}$

3. $\overline{C}=\left(M_1\cap\overline{C}\right)\cup\left(M_2\cap\overline{C}\right)$; c'est une réunion d'événements incompatibles.
On en déduit : $p\left(\overline{C}\right)=p\left(M_1\cap\overline{C}\right)+p\left(M_2\cap\overline{C}\right)=0,042+0,008=\boxed{0,05}$.

4. On prélève au hasard un pot parmi les pots non-conformes.

La probabilité qu'il provienne de la machine M_2 est $p_{\overline{C}}(M_2) = \dfrac{p\left(M_2 \cap \overline{C}\right)}{p\left(\overline{C}\right)} = \dfrac{0,008}{0,05} = \dfrac{8}{50} = \dfrac{16}{100} = \boxed{0,16}$.

Partie B

L'entreprise SAPIQ reçoit un agent commercial vantant les mérites d'une nouvelle machine. La masse de moutarde contenue dans un pot produit par cette nouvelle machine est modélisée par une variable aléatoire X. On admet que X suit une loi normale de moyenne 800 et d'écart type 6.

1. La probabilité arrondie au millième, qu'un pot produit par la nouvelle machine soit conforme est $p(790 \leqslant X \leqslant 810)$.

On a : $p(790 \leqslant X \leqslant 810) = p(790 \leqslant X \leqslant 800) + p(800 \leqslant X \leqslant 810) = 2p(X \in [800~;~810])$ (car la droite d'équation $x = 800$ est axe de symétrie de la fonction de densité associée à cette variable aléatoire) $\approx 2 \times 0,452 \approx \boxed{0,904}$.

2. La probabilité qu'un pot contienne une masse comprise entre 794 g et 806 g est

$p(794 \leqslant X \leqslant 806) \approx \boxed{0,68}$.

Remarque : c'est $p(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma)$

Il est donc **faux** de dire que tous les pots produits par la machine contiennent entre 794 et 806 g de moutarde.