

✎ Corrigé du baccalauréat STMG Métropole ✎

18 juin 2015

Durée : 3 heures

EXERCICE 1

4 points

Tous les ans, en août, Maïlys reçoit l'échéancier (document indiquant le montant de sa cotisation annuelle) de sa mutuelle « complémentaire santé ». Elle décide d'étudier l'évolution de sa cotisation de 2011 à 2014.

Elle note dans une feuille automatisée de calcul le montant en euros de ses cotisations annuelles de 2011 à 2014.

La ligne 4 est au format pourcentage à une décimale.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Année	2011	2012	2013	2014		
3	Cotisation (en euros)	868	976	1 072	1 177		
4	Taux d'évolution annuel (en %)			9,8	9,8		
5							

1. Calculer le taux d'évolution global de sa cotisation entre 2011 et 2014, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %.

$$\text{Taux d'évolution} : \frac{v_A - v_D}{v_D} = \frac{1\,177 - 868}{868} \approx 0,3559$$

Le taux d'évolution entre 2011 et 2014 est de 35,6%

2. Quelle formule Maïlys a-t-elle pu saisir dans la cellule C4 pour y obtenir le taux annuel d'évolution de 2011 à 2012, puis par recopie vers la droite jusqu'à la cellule E4, les taux d'évolution annuels successifs jusqu'en 2014?

La formule à entrer en C4 est $= (C3 - B3) / B3$

3. Montrer que le taux d'évolution moyen annuel de la cotisation de 2011 à 2014, arrondi à 0,1 %, est de 10,7 %.

Entre 2011 et 2014 il y a 3 intervalles, donc le taux moyen vérifie : $(1 + t_m)^3 = 1 + T$ (avec t_m le taux moyen et T le taux d'évolution global).

$$\begin{aligned} (1 + t_m)^3 &= 1,356 \\ 1 + t_m &= 1,356^{\frac{1}{3}} \\ t_m &\approx 0,107 \end{aligned}$$

4. On fait l'hypothèse que la cotisation annuelle augmentera chaque année de 10,7 partir de 2014.

- a. Estimer le montant, arrondi à l'euro, de la cotisation annuelle prévue pour 2015.

Augmenter de 10,7 % revient à multiplier par 1,107, donc la cotisation en 2015 est :
 $1\,177 \times 1,107 = 1\,303$ (arrondi à l'entier), soit 1 303 E.

- b. Déterminer en quelle année la cotisation annuelle aura doublé par rapport à celle de 2011. Justifier la réponse.

le double de la cotisation de 2011 est $868 \times 2 = 1\,736$

pour répondre on peut utiliser la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1\,177$ (qui correspond à la cotisation en 2014) et de raison 1,107.

On a donc $u_{n+1} = 1,107 \times u_n$.

En calculant les termes successifs on trouve $u_4 \approx 1\,768$.

C'est donc en 2018 que la cotisation aura doublé par rapport à 2011.

Remarque On aurait aussi pu « simplement » compléter le tableau en multipliant les cotisations de proche en proche par 1,107.

EXERCICE 2

5 points

Partie A

La série statistique à deux variables suivante décrit la superficie certifiée de production biologique exprimée en hectares (ha) en France de 2004 à 2009 : y_i est la superficie pour l'année 2003 + x_i .

Remarque : on ne dispose pas de données pour l'année 2005.

Année	2004	2006	2007	2008	2009
x_i	1	3	4	5	6
y_i	468	500	497	502	526

Source des données : Eurostat

Le graphique donné en annexe représente le nuage de points associé à cette série.

- Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés.

Les coefficients seront arrondis à l'unité.

À l'aide de la calculatrice, on trouve une équation de la droite d'ajustement affine de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés :

$$D : y = 10x + 460 \text{ (les coefficients sont arrondis à l'unité).}$$

- Tracer cette droite sur le graphique donné en annexe. (voir graphique)
- Estimer la superficie totale consacrée à l'agriculture biologique en France en 2011, arrondie à l'hectare.

2011 correspond à l'indice 8; donc la superficie en 2011 est estimée par $10 \times 8 + 460 = 540$, soit 540 hectares.

La surface totale consacrée à l'agriculture biologique en France en 2011 sera de 540 hectares.

Partie B

L'étude a également permis d'obtenir les données suivantes :

Année	2010	2011	2012
x_i	7	8	9
Superficie (en ha) y_i	572	701	856

Source des données : Eurostat

- Placer les points associés aux données de ce tableau sur le graphique donné en annexe. voir annexe.
- Que peut-on dire de la validité de l'ajustement précédent? Justifier la réponse.

L'ajustement précédent ne semble pas valide car les résultats obtenus sont assez loin de la réalité constatée.

Par exemple, on avait prévu une surface de 540 hectares alors que la surface est de 701 hectares.

Partie C

Les données précédentes permettent de montrer que la superficie certifiée de production biologique a augmenté de 22 % par an entre 2010 et 2012.

On fait l'hypothèse que ce taux reste constant dans les cinq années suivantes.

On note u_0 la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2012 et, pour tout entier n , u_n la valeur estimée par ce modèle de la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2012 + n . Ainsi $u_0 = 856$.

- On considère l'algorithme suivant :

Variables	k est un entier u est un réel
Entrée	Affecter à u la valeur 856
Traitement	Pour k allant de 1 à 5 Affecter à u la valeur $1,22 \times u$ Afficher u FinPour

Interpréter les résultats affichés par l'algorithme.

Les résultats affichés par l'algorithme correspondent aux superficies des années 2013, 2014, 2015, 2016 et 2017.

2. Estimer la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2017.

$$856 \times 1,22^5 = 2313,518188$$

Donc la superficie certifiée de production biologique en France en 2017 sera d'environ 2314 hectares.

EXERCICE 3

6 points

Partie A

Pour entrer dans un parc aquatique, il y a deux modes de paiement possibles :

- à distance par Internet;
- sur place aux caisses du parc.

Le responsable marketing réalise une enquête auprès des visiteurs pour mesurer la part des ventes de billets par Internet. Il distingue deux catégories de visiteurs : ceux qui résident dans le département d'implantation du parc et ceux qui résident dans un autre département.

À l'issue de l'enquête le responsable constate que :

- 35 % des visiteurs résident dans le département,
- parmi les visiteurs résidant dans le département, 55 % ont acheté leur billet aux caisses du parc;
- parmi les visiteurs résidant dans un autre département, 80 % ont acheté leur billet sur Internet.

On interroge au hasard un visiteur présent dans le parc.

On note C et D les évènements :

- C : « le visiteur a acheté son billet d'entrée aux caisses du parc »;
- D : « le visiteur réside dans le département d'implantation du parc ».

Pour tout évènement E , on note \bar{E} l'évènement contraire de E , $p(E)$ la probabilité de E et, si F est un évènement de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant F .

1. a. Donner les probabilités $p(D)$ et $p_D(C)$.
Par lecture de l'énoncé $p(D) = 0,35$ et $p_D(C) = 0,55$
- b. Compléter l'arbre de probabilités donné en annexe. **VOIR ANNEXE**
2. a. Traduire mathématiquement l'évènement « le visiteur ne réside pas dans le département d'implantation du parc et a acheté son billet par Internet », puis calculer sa probabilité.

L'évènement « le visiteur ne réside pas dans le département d'implantation du parc et a acheté son billet par Internet », est l'évènement $\bar{D} \cap \bar{C}$ qui a pour probabilité :

$$p(\bar{D} \cap \bar{C}) = 0,65 \times 0,8 = 0,520$$

- b. Le directeur affirme qu'il est nécessaire de restructurer le site Internet car moins des trois-quarts des visiteurs achètent leur billet en ligne. Que pensez-vous de cette affirmation ?

L'évènement « un visiteur achète son billet en ligne » est \bar{C} .

$$p(\bar{C}) = p(\bar{C} \cap D) + p(\bar{C} \cap \bar{D}) = 0,35 \times 0,45 + 0,52 = 0,6775$$

Or $0,6775 < \frac{3}{4}$, donc l'argument du directeur est valable.

Partie B

Une des attractions du parc, une descente de type rafting dans des bouées géantes, attire beaucoup de visiteurs.

Les normes de sécurité imposent que le bassin d'arrivée contienne un volume d'eau compris entre 150 et 170 m³ d'eau.

Chaque soir, à la fermeture du parc, l'équipe de maintenance effectue des vérifications et décide, ou non, d'intervenir.

Le volume d'eau (exprimé en m³) contenu dans le bassin, à la fin d'une journée d'exploitation de cette attraction, est modélisé par une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance $\mu = 160$ et d'écart type $\sigma = 5$.

1. a. Calculer $p(150 \leq X \leq 170)$.

À l'aide de la calculatrice : $p(150 \leq X \leq 170) = 0,954499$

- b. En déduire la probabilité que l'équipe de maintenance soit obligée d'intervenir pour respecter les normes de sécurité.
 $1 - 0,954499 = 0,045501$.

La probabilité que l'équipe de maintenance soit obligée d'intervenir est donc environ égale à 0,0455

2. Quelle est la probabilité que l'équipe de maintenance soit obligée, pour respecter les normes, de rajouter de l'eau dans le bassin à la fin d'une journée d'ouverture?

Il faut calculer $p(X < 150)$. Comme X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 160$ (il y a donc une symétrie par rapport à 160), on sait que $p(X < 150) = p(X > 170)$ et que $p(X < 150) + p(X > 170) = 0,0455$ donc $p(X < 150) = \frac{0,0455}{2} = 0,02275$.

La probabilité pour que l'équipe de maintenance soit obligée de rajouter de l'eau dans le bassin à la fin de la journée d'ouverture est donc égale à 0,02275.

Partie C

Pour le repas du midi, les visiteurs restant toute la journée dans le parc peuvent :

- soit déjeuner dans l'un des restaurants du parc;
- soit consommer, sur une aire de pique-nique, un repas qu'ils ont apporté.

La direction souhaite estimer la proportion p de visiteurs déjeunant dans l'un des restaurants du parc.

Un sondage est effectué à la sortie du parc : 247 visiteurs parmi 625 ont déjeuné dans l'un des restaurants du parc.

Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion p de visiteurs déjeunant dans l'un des restaurants du parc.

L'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion p se calcule ainsi :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \text{ avec } \frac{247}{625} = 0,3952 \text{ et } n = 625.$$

On obtient donc l'intervalle de confiance [0,3552 ; 0,4352] .

EXERCICE 4

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

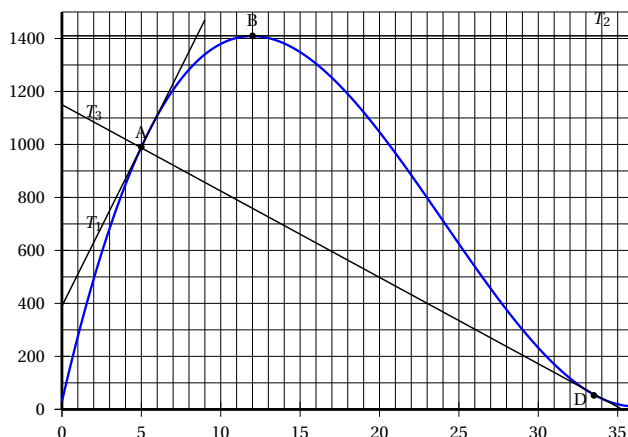
Pour chacune des cinq questions, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

La courbe C ci-dessous est la représentation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 36]$.



A est le point de la courbe C d'abscisse 5, B celui d'abscisse 12 et D celui d'abscisse 33,5.

T_1 est la tangente à la courbe C au point A, T_2 celle au point B et T_3 celle au point D.

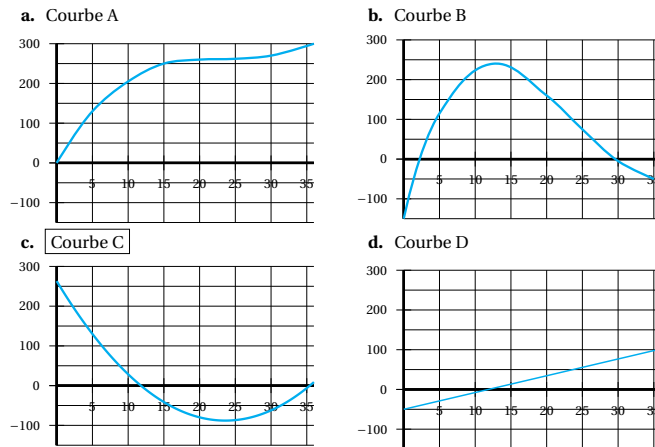
1. L'image de 12 par la fonction f est environ

- a. 0 b. 760 c. d. 1900

2. $f'(5)$ est environ égal à

- a. -30 b. c. -125 d. 1,25

3. L'une des quatre courbes suivantes représente la fonction dérivée de f . Laquelle?



Partie B

Soit g la fonction définie sur $[0; 36]$ par :

$$g(x) = 0,2x^3 - 14,4x^2 + 259,2x + 295,2.$$

1. La fonction dérivée g' de g sur $[0; 36]$ est définie par :

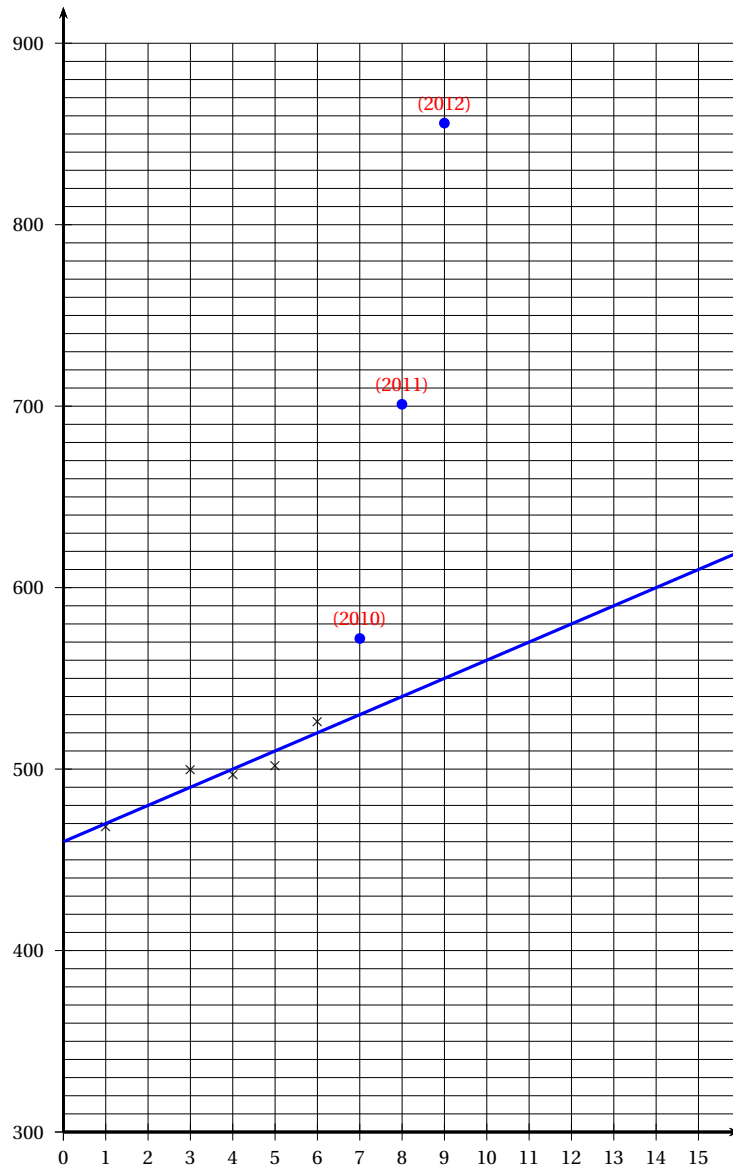
- a. $g'(x) = 0,5x^2 - 28,8x + 259,2$ b.
- c. $g'(x) = 0,6x^2 - 28,8x + 554,4$ d. $g'(x) = 0,2x^2 - 144x + 554,4$

2. Le maximum de g sur $[0; 36]$ est :

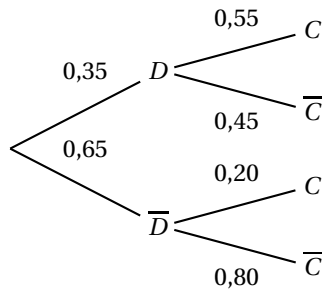
- a. 295,2 b. c. 12 d. 36

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3



Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'A. P. M. E. P., merci.