baccalauréat STMG Nouvelle Calédonie novembre 2018

EXERCICE 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question ***une seule des quatre réponses proposées est correcte.*** *Indiquer sur la copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.*

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne l'évolution des ventes d'insecticides en France entre 2011 et 2015.

La colonne C a été ajoutée afin de calculer les taux d'évolution annuels des ventes d'insecticides. (On ne demande pas de compléter ce tableau).

	A	B	C
1	Années	Ventes d'insecticides (en tonnes)	Taux d'évolution annuel des ventes d'insecticides
2	2011	2156,069	
3	2012	2331,791	
4	2013	2246,948	
5	2014	2613,725	
6	2015	2469,030	

Source : Base nationale des données de vente, MEDDE

1. Le taux d'évolution global des ventes d'insecticides entre 2011 et 2015 arrondi à 0,01 % est :

a. ~~12,68 %~~	**b.** $\boxed{14,52\,\%}$	**c.** ~~−12,68 %~~	**d.** ~~1,15 %~~

2. Le taux d'évolution annuel moyen des ventes d'insecticides entre 2011 et 2015 arrondi à 0,01 % est de :

a. ~~2,75 %~~	**b.** $\boxed{3,45\,\%}$	**c.** ~~3,63 %~~	**d.** ~~2,90 %~~

3. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C3 afin d'obtenir, par recopie vers le bas, les taux d'évolution d'une année à l'autre ?

a. $\boxed{\text{=(B3−B2)/B2}}$	**b.** ~~=(B3−B\$2)/B\$2~~	**c.** ~~=(B3−B2)/B3~~	**d.** ~~=100*(B3−B2)/B3~~

4. Dans cette question, on fait l'hypothèse que les ventes d'insecticides diminuent de 2 % par an à partir de l'année 2015. Sous cette hypothèse on peut estimer que la quantité d'insecticides vendue en 2020 (en tonnes, arrondie à 0,001) sera :

a. ~~2277,355~~	**b.** ~~2222,127~~	**c.** ~~2419,649~~	**d.** $\boxed{2231,808}$

EXERCICE 2 (5 points)

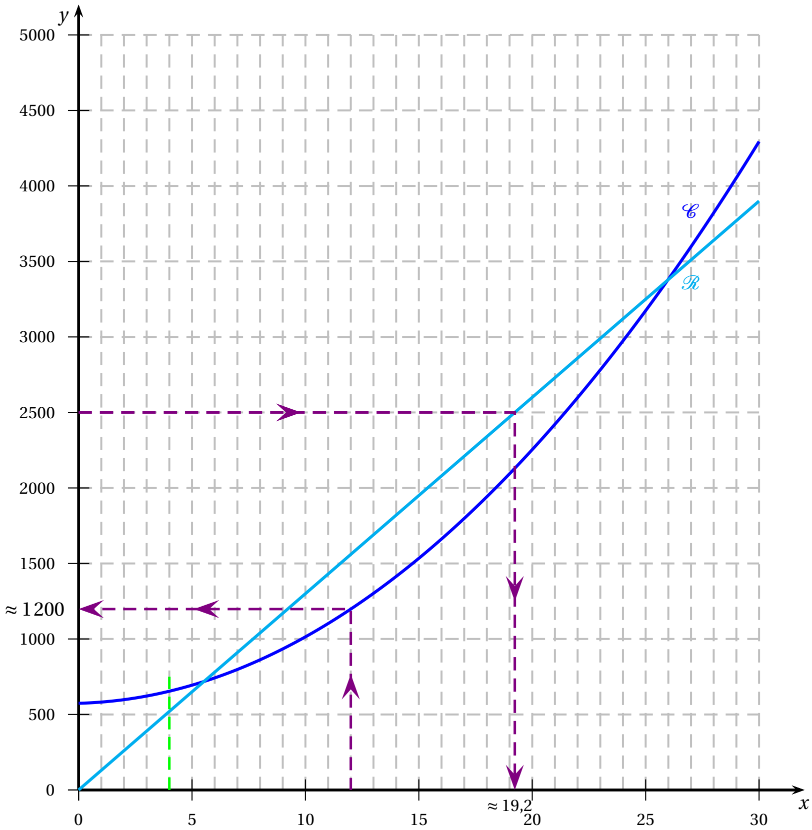
Une entreprise française commercialise des pneus. La production mensuelle maximale est de 30 000 pneus. On suppose que la totalité de la production mensuelle est vendue chaque mois.

Les charges de production, en milliers d'euros, pour x milliers de pneus vendus sont données par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par $C(x) = 4x^2 + 4x + 574$.

L'entreprise fixe le prix de vente d'un pneu à 130 euros.

Le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, pour la vente de x milliers de pneus est donné par la fonction R définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par $R(x) = 130x$.

$\mathscr{R}$ et $\mathscr{C}$ désignent leurs courbes représentatives. Les deux courbes sont représentées sur le graphique donné ci-dessous.



1. Déterminons, par le calcul, par le graphique voir *supra* :

a. les charges de production de 12 000 pneus.

Pour ce faire, remplaçons x par 12 dans l'équation de $\mathscr{C}$

$C(12) = 4 \times 12^2 + 4 \times 12 + 574 = 1\,198$

Les charges, pour produire 12 000 pneus, s'élèvent à 1 198 000 €.

b. Le nombre de pneus à produire pour obtenir un chiffre d'affaires de 2 500 000 euros.

Résolvons $R(x) = 2\,500$.

$130x = 2\,500 \iff x = \dfrac{2\,500}{130} \approx 19{,}230\,77$

Le nombre de pneus à produire pour obtenir un chiffre d'affaires de 25 000 000 € est 19 231.

2. En vendant 4 000 pneus, soit 4 milliers, l'entreprise est déficitaire. Par le graphique, on peut constater que la courbe des coûts est « au-dessus » de celle des recettes.

Par le calcul $C(4) = 4 \times 4^2 + 4 \times 4 + 574 = 654$ et $R(4) = 130 \times 4 = 520$. Les coûts étant largement supérieurs aux recettes, il en résulte que l'entreprise est déficitaire.

3. Le bénéfice réalisé pour x milliers de pneus vendus est donné par la fonction B, définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,30]$, par :

$$B(x) = -4x^2 + 126x - 574.$$

a. On désigne par B' la fonction dérivée de la fonction B.

$B'(x) = -4(2x) + 126 = -8x + 126.$

b. Déterminons le signe de la fonction B' sur l'intervalle $[0\,;30]$.

Sur $\mathbb{R}$, $-8x+126>0 \iff x<\dfrac{126}{8} \iff x<\dfrac{63}{4}$.

Il en résulte si $x\in\left[0\,;\,\dfrac{63}{4}\right[$, $B'(x)>0$ et si $x\in\left]\dfrac{63}{4}\,;\,30\right]$, $B'(x)<0$

c. Étudions les variations de B

Si pour tout $x\in I$, $f'(x)>0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

Sur $\left[0\,;\,\dfrac{63}{4}\right[$, $B'(x)>0$ par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x\in I$, $f'(x)<0$ alors f est strictement décroissante sur I.

Sur $\left]\dfrac{63}{4}\,;\,30\right]$, $B'(x)<0$ par conséquent B est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation :

x	0		63/4		30
Signe de $B'(x)$		+	0	−	
Variations de B	−574	↗	418,25	↘	−394

d. En lisant le tableau, B admet un maximum valant 418,25 pour $x=\dfrac{63}{4}$ soit 15,75.

Le bénéfice est maximal pour 15 750 pneus produits, le montant de ce bénéfice est alors de 418 250 €.

EXERCICE 3 **(6 points)**

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

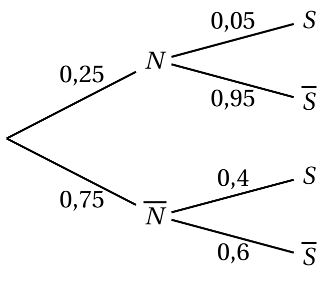
Partie A

Le parc informatique d'une entreprise est constitué de 2 000 ordinateurs. Parmi ceux-ci, 500 sont considérés comme neufs car ils ont moins d'un an. Les autres sont considérés comme anciens. Le service informatique de cette société estime que la probabilité qu'un ordinateur neuf ait un problème de sécurité est égale à 0,05. Pour un ordinateur plus ancien, la probabilité qu'il en ait un est égale à 0,4.
On choisit au hasard un ordinateur du parc informatique.
On considère les évènements suivants :

- N : « L'ordinateur est neuf »,
- S : « L'ordinateur a un problème de sécurité ».

1. $p(N)=0,25$. En effet il y a 500 ordinateurs neufs sur un total de 2 000 soit un quart.

2. Complétons l'arbre pondéré ci-contre.



3. $N\cap S$ est l'évènement : « l'ordinateur est neuf et a des problèmes de sécurité ».

$P(N\cap S)=P(N)\times P_N(S)=0,25\times0,05=0,0125$

4. Montrons que $P(S)=0,3125$.

N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers.

$P(S)=P(N\cap S)+P\left(\overline{N}\cap S\right)$

$P(S)=P(N)\times P_N(S)+P\left(\overline{N}\right)\times P_{\overline{N}}(S)$

$P(S)=0,0125+0,75\times0,4=0,3125$

Partie B

On s'intéresse dans cette partie au temps nécessaire pour que le service informatique de l'entreprise intervienne afin de réparer un ordinateur défaillant.
On note T la variable aléatoire qui à chaque défaillance d'ordinateur associe le temps, en heures, nécessaire avant l'intervention du service informatique. On admet que Tsuit une loi normale d'espérance µ= 20 et d'écart type σ= 4.

Les réponses seront arrondies au centième.

1. À l'aide de la calculatrice, $p(12 \leqslant T \leqslant 24 \approx 0{,}82)$. Ce résultat est la probabilité que le temps nécessaire à l'intervention du service informatique soit compris entre 12 h et 24 h.
2. Déterminons la probabilité d'attendre plus d'une journée pour une intervention sur un ordinateur défaillant soit $P(X > 24)$. À l'aide de la calculatrice $P(X > 24) \approx 0{,}16$.

   remarque : 24=µ+σ. $P(\mu \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}34$. Par conséquent $P(X > 24) = 0{,}5 - 0{,}34$.

Partie C

Le directeur du personnel affirme que 85 % des salariés sont satisfaits de la maintenance informatique au sein de l'entreprise.
Afin de vérifier cette déclaration, on interroge au hasard 120 employés. Parmi eux, 94 répondent qu'ils sont satisfaits du service de maintenance informatique.

Un intervalle de fluctuation à 95 % est $\left[0{,}85 - \dfrac{1}{\sqrt{100}}\ ;\ 0{,}85 + \dfrac{1}{\sqrt{100}}\right]$ soit $[0{,}75\ ;\ 0{,}95]$

La proportion est $\dfrac{94}{120} \approx 0{,}78$. Étant dans l'intervalle de fluctuation au risque de 5 %, l'affirmation du directeur du personnel est correcte.

EXERCICE 4 **(5 points)**

Le tableau ci-dessous indique le prix moyen en euros des terres en France métropolitaine (hors Corse) entre 2010 et 2016.

Années	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Prix d'un hectare en euros : y_i	5 070	5 360	5 410	5 750	5 910	6 010	6 030

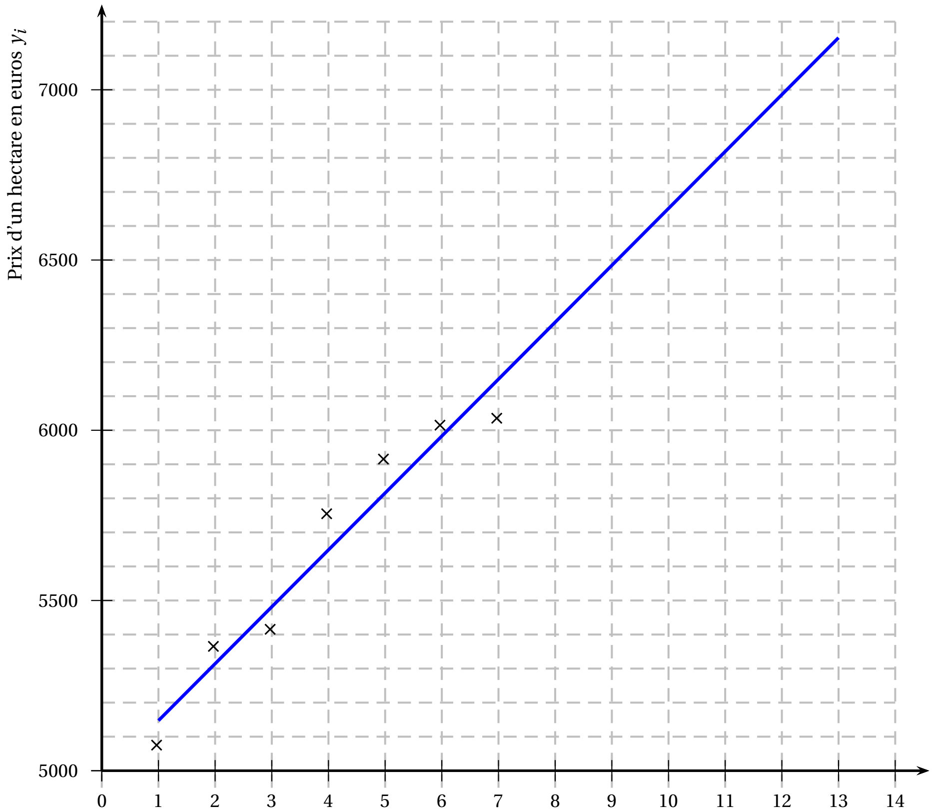
Source : Agreste.

On se propose d'estimer, en utilisant deux modèles différents, l'année à partir de laquelle le prix d'un hectare de terre dépassera pour la première fois 7 000 €.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A – Premier modèle.

Le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) est représenté sur le graphique ci-dessous. On a également tracé la droite D d'ajustement affine de ce nuage, obtenue par la méthode des moindres carrés.



1. À l'aide de la calculatrice une équation de la droite D est $y = 167{,}1x + 4980$.
2. On suppose que cet ajustement restera valide jusqu'en 2022.
   a. Estimons le prix d'un hectare de terre en 2021 . En 2021, $x = 12$.
   En remplaçant x par 12 dans l'équation de la courbe, nous obtenons
   $y = 167{,}1 \times 12 + 4980 = 6985{,}2$.
   Le prix d'un hectare de terre en 2021 selon ce modèle, peut être estimé à 6 985,20 €.

   b. Pour déterminer l'année à partir de laquelle le prix d'un hectare de terre dépassera 7 000 €, résolvons $y \geqslant 7000$.
   $167{,}1x + 4980 \geqslant 7000 \iff 167{,}1x \geqslant 7000 - 4980 \iff x \geqslant \dfrac{2\,020}{167{,}1}$
   $\dfrac{2\,020}{167{,}1} \approx 12{,}09$.
   Selon ce modèle, le prix d'un hectare de terre dépassera les 7 000 € l'année de rang 13 soit en 2022.

Partie B – Second modèle.

On suppose dans cette partie qu'à partir de l'année 2016, chaque année, le prix d'un hectare de terre augmentera de 3 %.
On note U_n le prix en euros d'un hectare de terre pour l'année $2016 + n$.
Ainsi $U_0 = 6030$.
À une augmentation de 3 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,03.

1. $U_1 = 6030 \times 1{,}03 = 6210{,}9$.
2. Passant d'un terme au suivant en le multipliant par 1,03 la suite (U_n) est une suite géométrique de raison 1,03.

3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est :
$u_n = u_0 \times (q)^n$. $u_n = 6\,030 \times (1{,}03)^n$.
En 2021 $n = 5$, calculons u_5. $u_5 = 6\,030 \times 1{,}03^5 \approx 6\,990{,}42$. Selon ce modèle, le prix d'un hectare en 2021 serait de 6 990,42 €.

4. On donne l'algorithme suivant :

```
U ← 6030
N ← 0
Tant que U < 7 000
    U ← U × 1,03
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

On admet que la valeur prise par la variable N en fin d'exécution de l'algorithme est 6.
Ce résultat, dans le contexte de l'exercice, est la valeur de n pour laquelle le prix d'un hectare de terre dépasse les 7 000 €.