Corrigé du baccalauréat STMG Nouvelle Calédonie
mars 2019

EXERCICE 1 **4 points**

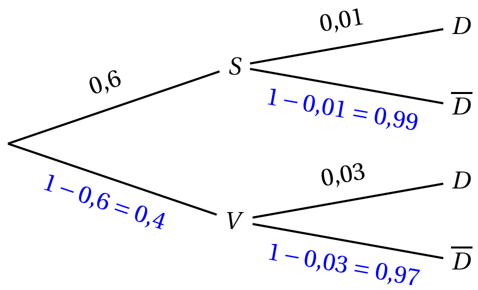
Un fournisseur fabrique en grande quantité deux modèles de paires de chaussures : le modèle Sport et le modèle Ville.
On sait que :

- 60 % de la production correspond au modèle Sport et le reste de la production au modèle Ville.
- 1 % des modèles Sport présentent un défaut et 3 % des modèles Ville présentent un défaut.

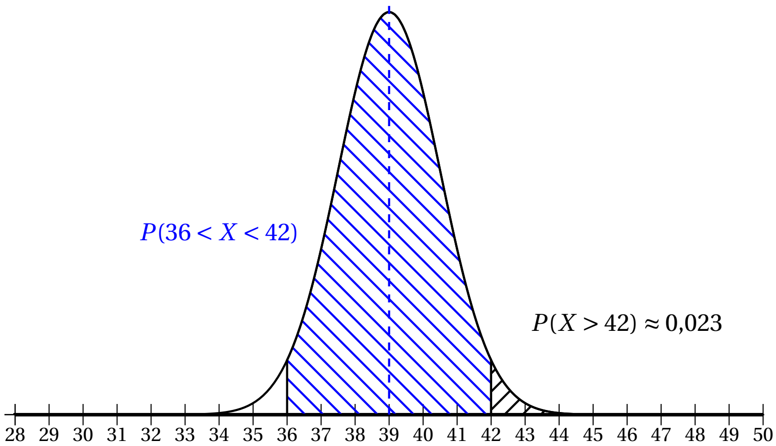
On choisit au hasard une paire de chaussures produite par cette entreprise et on note :

- S l'évènement : « la paire choisie est un modèle Sport »,
- V l'évènement : « la paire choisie est un modèle Ville »,
- D l'évènement : « la paire choisie présente un défaut »,

1. L'arbre pondéré ci-dessous résume la situation :



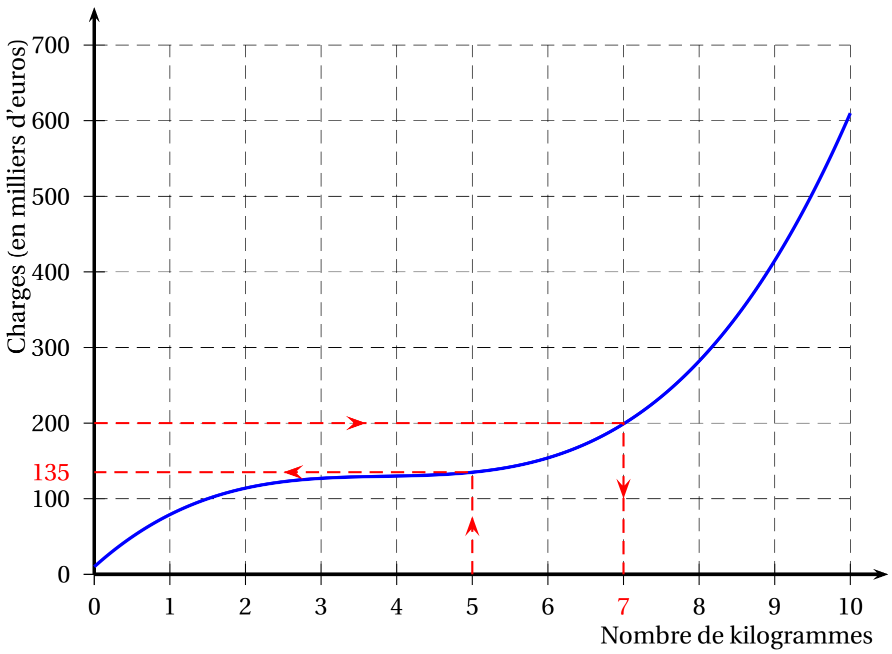
2. $P(V\cap D) = P(V)\times P_V(D) = 0{,}4\times 0{,}03 = 0{,}012$.
3. La probabilité de choisir un modèle avec un défaut est $P(D)$.
D'après la formule des probabilités totales :
$P(D) = P(S\cap D)+P(V\cap D) = 0{,}6\times 0{,}01+0{,}012 = 0{,}06+0{,}012 = 0{,}018$.
4. La probabilité de choisir un modèle Sport sachant qu'il présente un défaut est :
$P_D(S) = \dfrac{P(S\cap D)}{P(D)} = \dfrac{0{,}006}{0{,}018} = \dfrac{1}{3}$ dont l'arrondi au millième est 0,333.
5. Une étude statistique a montré que la pointure de chaussures pour les femmes en France peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale dont la courbe de densité est représentée ci-dessous.



1. La pointure moyenne, notée μ, des femmes françaises est de 39 car la courbe proposée est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 39$.
2. La probabilité que la pointure d'une femme française soit comprise entre 36 et 42 est $P(36 \leqslant X \leqslant 42)$.
   D'après les propriétés de la loi normale, $P(X < 36) = P(X < 39-3) = P(X > 39+3) = P(X > 42)$; donc $P(X < 36) \approx 0{,}023$.
   $P(36 \leqslant X \leqslant 42) = 1 - P(X < 36) - P(X > 42) \approx 1 - 0{,}023 - 0{,}023$ donc $P(36 \leqslant X \leqslant 42) \approx 0{,}954$

EXERCICE 2 **7 points**

Une entreprise produit et vend du safran, une épice de grande qualité. On note x le nombre de kilogrammes que produit et vend l'entreprise en un an, x étant compris entre 0 et 10.
Le montant des charges correspondant à la production de x kilogrammes de safran, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\ 10]$ par : $C(x) = 2x^3 - 23x^2 + 90x + 10$.
On a tracé ci-dessous la représentation graphique de cette fonction C dans un repère orthogonal.



Partie A - Étude des charges

1. Le montant des charges lorsque l'entreprise produit 5 kilogrammes de safran est $C(5)$ milliers d'euros ; $C(5) = 135$ donc le montant des charges est de 135 000 €.
2. Le nombre de kilogrammes de safran à produire pour que le montant des charges soit égal à 200 000 euros est environ 7 (voir graphique).

Partie B - Étude du bénéficeø

L'entreprise vend la totalité de sa production. Chaque kilogramme de safran est vendu au prix de 50 milliers d'euros.

1. Le chiffre d'affaires $R(x)$, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x kilogrammes de safran est $R(x) = 50x$.
2. Le bénéfice $B(x)$, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x kilogrammes de safran est :
   $B(x) = R(x) - C(x) = 50x - \left(2x^3 - 23x^2 + 90x + 10\right) = -2x^3 + 23x^2 - 40x - 10$.
3. On note B' la fonction dérivée de la fonction B.
   a. $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 23 \times 2x - 40 = -6x^2 + 46x - 40$

b. On résout dans l'intervalle $[0~;~10]$, l'équation $B'(x) = 0$:
$\Delta = 46^2 - 4(-6)(-40) = 1\,156 = 34^2$
L'équation admet 2 solutions sur l'intervalle $[0~;~10]$:
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-46+34}{2\times(-6)} = 1$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-46-34}{2\times(-6)} = \dfrac{20}{3}$.

c. On dresse le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0~;~10]$.
Le trinôme du second degré $B'(x)$ admet deux racines, donc il est du signe de a, donc négatif, à l'extérieur des racines;

x	0		1		$\frac{20}{3}$		10
$B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$B(0) = -10$, $B(1) = -20$, $B\left(\frac{20}{3}\right) = \dfrac{4\,130}{27} \approx 153$ et $B(10) = -110$
On établit le tableau de variations de la fonction B sur $[0~;~10]$:

x	0		1		$\frac{20}{3}$		10
$B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$B(x)$	-10	$\searrow$	-29	$\nearrow$	≈ 153	$\searrow$	-110

d. Pour réaliser le bénéfice maximal, il faut vendre $\dfrac{20}{3}$ kilogrammes de safran, soit environ 6,667 kg.
Le bénéfice maximal est, arrondi au millier d'euro, de 153 milliers d'euros.

EXERCICE 3 **3 points**

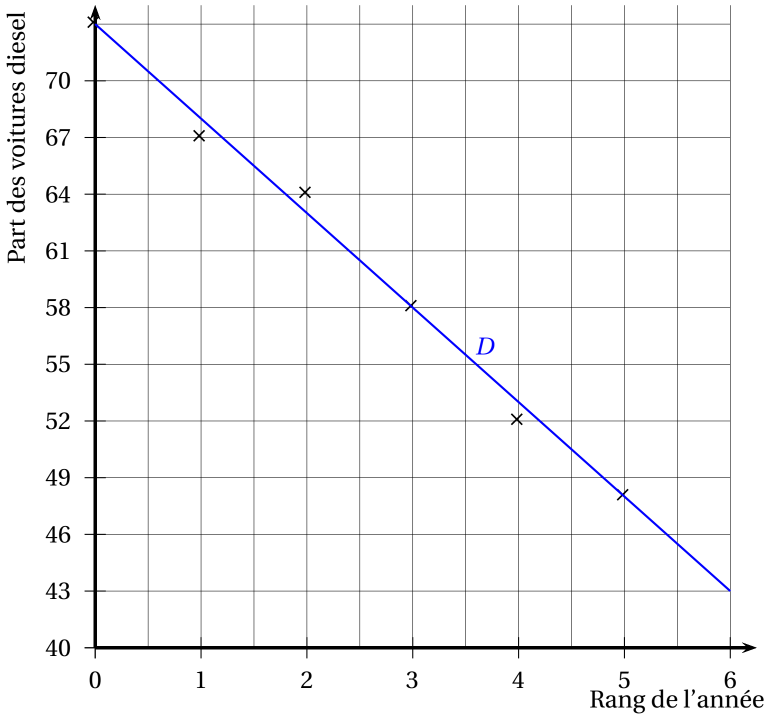
Le tableau suivant donne la part (en pourcentage) des voitures diesel dans les ventes de voitures neuves, en France, entre 2012 et 2017.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Part des voitures diesel y_i (en %)	73	67	64	58	52	48

Source : Comité de Constructeurs Français d'Automobile

Les points de coordonnées $(x_i~;~y_i)$ sont représentés dans le graphique ci-après.

1. À l'aide de la calculatrice, on donne une équation de la droite réalisant un ajustement affine de ce nuage de points, obtenue par la méthode des moindres carrés avec les coefficients arrondis au dixième : $y = -5x + 72{,}9$.
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation : $y = -5x + 73$.
On suppose que la tendance observée se poursuivra jusqu'en 2022.
   a. La part des voitures diesel en 2018 correspond au rang $x = 6$: pour $x = 6$, $y = -5\times 6 + 73 = 43$.
   Selon ce modèle, la part des voitures diesel en 2018 est de 43 %.
   b. L'année à partir de laquelle on peut estimer que la part des voitures diesel sera inférieure ou égale à 25 % correspond à la valeur entière de x telle que $-5x + 73 \leqslant 26$; on résout cette inéquation :
   $-5x + 73 \leqslant 26 \iff 73 - 25 \leqslant 5x \iff 48 \leqslant 5x \iff 9{,}6 \leqslant x$
   C'est donc à partir de $x = 10$, donc de l'année 2022, que la part des voitures diesel sera inférieure à 25 %.



EXERCICE 4 **6 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de smartphones vendus en France (en millions d'unités) de 2011 à 2015.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre de smartphones vendus (en millions)	11,4		15,8	18,2	20,5
Taux d'évolution (arrondi à 0,01 %)		18,42 %	17,04 %		12,64 %

Source : GFK

Partie A

1. Les ventes de smartphones ont progressé de 18,42 % de 2011 à 2012.
   Augmenter de 18,42 %, c'est multiplier par $1+\dfrac{18{,}42}{100}=1{,}1842$.
   $1{,}14\times 1{,}1842$ qui a pour arrondi au dixième 13,5.
   On peut donc estimer à 13,5 millions le nombre de smartphones vendus en 2012.
2. Le taux d'évolution des ventes de smartphones en France entre 2013 et 2014 est calculé par la formule $\dfrac{18{,}2-15{,}8}{15{,}8}\approx 0{,}151\,899$ qui donne un taux, arrondi à 0,01 % égal à 15,19 %.
3. Le taux d'évolution global des ventes de smartphones en France entre 2011 et 2015 est calculé par la formule $\dfrac{20{,}5-11{,}4}{11{,}4}\approx 0{,}7982$ qui donne un taux de 79,82 %.
4. Le taux d'évolution annuel moyen des ventes de smartphones en France entre 2011 et 2015, donc sur 4 années, est le nombre t tel que $(1+t)^4=1{,}7982$ donc $t=1{,}7982^{\frac{1}{4}}-1$ ce qui fait, arrondi à l'unité, 16 %.

Partie B

On considère qu'à partir de l'année 2015, le nombre de smartphones vendus en France va augmenter chaque année de 16 %.
On note u_n le nombre de smartphones (en millions) vendus en France en $2015+n$, avec n entier naturel.
On a ainsi $u_0=20{,}5$.

1. On obtient u_1 en ajoutant 16 % à u_0, donc en multipliant par $1+\dfrac{16}{100}$ soit 1,16 :
   $u_1 = 1{,}16 \times u_0 = 1{,}16 \times 20{,}5 = 23{,}78$.
   On peut donc estimer à 23,78 millions le nombre de smartphones vendus en 2016.
2. Ajouter 16 %, c'est multiplier par 1,16 donc, pour tout n, $u_{n+1} = 1{,}16u_n$. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1{,}16$.
3. On a donc, pour tout n, $u_n = u_0 \times q^n = 20{,}5 \times 1{,}16^n$.
4. Comme $2020 = 2015+5$, une estimation du nombre de smartphones vendus en France en 2020 est $u_5 = 20{,}5 \times 1{,}16^5 \approx 43{,}057$ donc en arrondissant à 0,1 million, cette estimation est de 43,1 millions.