Corrigé du baccalauréat STMG Nouvelle Calédonie
28 novembre 2017

EXERCICE 1 **5 points**

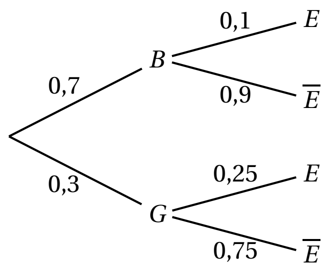
Si nécessaire, les probabilités seront arrondies au millième.

Partie A

Une coopérative de fruits doit calibrer sa production de cerises, c'est-à-dire les trier selon leur taille. Elle produit des cerises burlats et des cerises griottes.
Les cerises qui ont un calibre trop petit seront écartées du stock et ne pourront pas être commercialisées.
On sait que 70 % des cerises produites sont des burlats ; les autres sont donc des griottes.
Parmi les burlats, 10 % sont écartées et parmi les griottes 25 % le sont également.
On choisit au hasard une cerise dans le stock, avant le calibrage. On considère les évènements suivants :

- B : « la cerise choisie est une burlat »,
- C : « la cerise choisie est une griotte »,
- E : « la cerise choisie est écartée du stock ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, complétons l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. **a.** Calculons la probabilité de l'évènement $B \cap E$.
$p(B \cap E) = p(B) \times p_B(E) = 0{,}7 \times 0{,}1 = 0{,}07$

b. La probabilité que la cerise soit écartée du stock est notée p(E).
B et G forment une partition de l'univers par conséquent
$p(E) = p(B \cap E) + p(G \cap E) = p(B) \times p_B(E) + p(G) \times p_G(E) = 0{,}07 + 0{,}3 \times 0{,}25 = 0{,}145$
La probabilité que la cerise soit écartée du stock est égale à 0,145.

3. On sait à présent que la cerise choisie a été écartée du stock. On s'intéresse à la probabilité que ce soit une griotte.

a. Cette probabilité est notée $p_E(G)$.

b. Calculons cette probabilité. $p_E(G) = \dfrac{p(G \cap E)}{p(E)} = \dfrac{0{,}075}{0{,}145} \approx 0{,}517$.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à une autre coopérative qui produit exclusivement des cerises du type bigarreaux. On admet que la taille T, en millimètres, de ces bigarreaux suit une loi normale d'espérance $\mu = 22$ mm et d'écart-type $\sigma = 1{,}6$ mm.
Ces cerises sont réparties en trois catégories selon leur taille.

- « classique » si $21 \leqslant T \leqslant 23{,}6$
- « gourmande » si $T \geqslant 23{,}6$
- « déclassée » si $T \leqslant 21$.

On choisit au hasard une cerise dans le stock de cette coopérative.

1. La probabilité que la cerise choisie soit classique est $p(21 \leqslant T \leqslant 23{,}6)$.
À l'aide de la calculatrice nous obtenons $p(21 \leqslant T \leqslant 23{,}6) \approx 0{,}575$.

2. Calculons les probabilités

$P(T \geqslant 23,6) \approx 0{,}159$. Ce résultat est la probabilité que la cerise choisie soit « gourmande ».

$P(T \leqslant 21) \approx 0{,}266$. Ce résultat est la probabilité que la cerise choisie soit « déclassée ».

EXERCICE 2 — 4 points

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul donne l'évolution de la population en Inde de 1960 à 2010.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
2	Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Population y_i (en millions)	449	498	555	622	699	782	869	956	1 042	1 127	1 206
4	Taux d'évolution de la population en % arrondi à 0,1 %		10,9	11,4	12,1	12,4	11,9	11,1	10,0	9,0	8,2	7,0

Source : Banque mondiale (juillet 2015)

Lecture pour la ligne 4 : le taux d'évolution de la population entre les années 1990 et 1995 est d'environ 10 %.

Partie A : Calcul du taux d'évolution

1. Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

$\mathcal{T} = \dfrac{498 - 449}{449} \approx 0{,}109\,13$ soit environ 10,9 %.

Cela correspond au taux d'évolution de la population en Inde entre 1960 et 1965, donné dans la cellule C4.

2. Une formule qui peut être saisie dans la cellule C4 pour obtenir par recopie vers la droite jusqu'à la cellule L4, les taux d'évolution successifs jusqu'en 2010 est : =(C$3-B$3)/B$3

3. Déterminons le taux d'évolution moyen de la population entre 1990 et 1995.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^5$ puisque la population a subi 5 évolutions durant cette période.

$(1+t_m)^5 = \dfrac{956}{869} \approx 1{,}100\,115$ par conséquent $t_m = 1{,}100\,115^{\frac{1}{5}} - 1 \approx 0{,}019\,266$.

Le taux moyen d'évolution de la population en Inde entre 1990 et 1995, arrondi à 0,01 %, est d'environ 1,93 %. Il est par conséquent faux de dire que le taux moyen d'évolution est de 0,22 % par an.

Partie B : Étude de la série statistique

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est donné en annexe à rendre avec la copie.

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés est :

$y = 78{,}2x + 409{,}5$. Les coefficients sont arrondis au dixième.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 78x + 410$.

a. La droite D est tracée dans le repère donné en annexe, à rendre avec la copie.

b. À l'aide de ce modèle, donnons une estimation de la population en Inde en 2020.

En 2020, $x = 12$. En remplaçant x par cette valeur dans l'équation de la droite, nous obtenons

$y = 78 \times 12 + 410 = 1346$.

La population en Inde peut être estimée à environ 1 346 millions .

c. Pour déterminer en quelle année la population en Inde devrait dépasser 1,5 milliard d'habitants, selon ce modèle, résolvons $78x + 410 = 1500$.

$78x + 410 = 1500 \quad 78x = 1500 - 410 \quad 78x = 1090 \quad x = \dfrac{1090}{78} \approx 13{,}97$.

d'où $x = 14$ cela correspond à 2030.

Nous pouvons donc estimer que vers 2030, la population de l'Inde atteindrait 1,5 milliard.

EXERCICE 3 **6 points**

Dans cet exercice, les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

On s'intéresse à l'évolution du prix de l'abonnement, proposé dans l'offre « bleu ciel » d'un grand fournisseur français d'électricité.
On a reporté dans le tableau ci-dessous les cinq augmentations successives de ce prix.

Date	janvier 2014	novembre 2014	janvier 2015	août 2015	janvier 2016
Augmentation en %	+3 %	+2,5 %	+2,5 %	+2,5 %	+2 %

Source : cre.fr

1. Justifions que le taux d'évolution global de ces cinq augmentations entre janvier 2014 et janvier 2016 est 13,1 % (valeur arrondie à 0,1 %). Calculons le produit des coefficients multiplicateurs obtenus.

$\left(1 + \dfrac{3}{100}\right)\left((1 + \dfrac{2{,}5}{100}\right)\left(1 + \dfrac{2{,}5}{100}\right)\left(1 + \dfrac{2{,}5}{100}\right)\left(1 + \dfrac{2}{100}\right) \approx 1{,}131381$

arrondi à 0,1 % le taux d'évolution global est bien de 13,1 %

2. Justifions que le taux d'évolution annuel moyen du prix de l'abonnement sur cette période est 2,5 %, arrondi à 0,1 %. $t_m = 1{,}131381^{1/5} - 1 \approx 0{,}024995$

Par conséquent le taux moyen annuel,à 0,1 % près, est bien 2,5 %.

Partie B

En janvier 2016, le prix de l'abonnement, proposé dans l'offre « bleu ciel » était de 54 euros TTC.
On admet qu'à partir de janvier 2016, le tarif augmente tous les six mois (en janvier et en juillet) de 2,5 %.
Pour tout entier naturel n, V_n désigne une estimation du prix TTC de cet abonnement à l'électricité, n semestres après janvier 2016. Ainsi, $V_0 = 54$.

1. À un taux d'évolution de 2,5 % correspond un coefficient multiplicateur de $1+\frac{2{,}5}{100}$ soit 1,025.

Passant d'un terme au suivant en le multipliant par 1,025 la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 1,025 et de premier terme $V_0 = 54$.

2. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.

$V_n = 54 \times (1{,}025)^n$.

3. $V_3 = 54 \times (1{,}025)^3 \approx 58{,}15$. Le résultat obtenu serait, selon ce modèle, le prix de l'abonnement arrondi au centième au bout de 3 semestres c'est-à-dire en juillet 2017.

4. Pour déterminer à partir de quand le prix de l'abonnement aura dépassé 65 euros utilisons la table d'une calculatrice.

En écrivant $y = 54 * 1,025\hat{}\,x$ et en faisant calculer y pour x variant de 0 à 10 avec un pas de 1, nous trouvons 64,189 pour $x = 7$ et 65,794 pour $x = 8$.

Par conséquent, au bout de 8 semestres soit en janvier 2020, le prix de l'abonnement dépassera 65 euros.

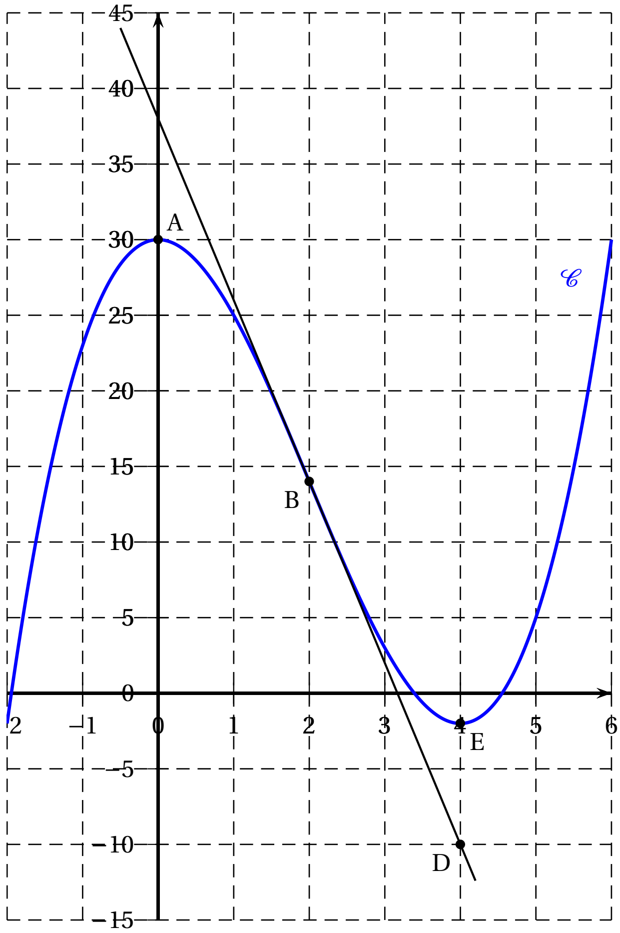
5. On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	V prend la valeur 54
	N prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $V < 70$
	V prend la valeur $1,025 \times V$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

La valeur de N affichée en sortie est 11. Cette valeur dans le contexte de l'exercice représente le nombre de semestres avant que le prix de l'abonnement dépasse 70 euros.

EXERCICE 4 **(5 points)**

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 6]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous.
On considère les points A(0 ; 30), B(2 ; 14), D(4 ; −10) et E(4 ; −2).
La droite (BD) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B.
Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points A et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



Partie A :

1. À l'aide des informations précédentes, complétons le tableau ci-dessous :

x	-2		0		4		6
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	-2	↗	30	↘	-2	↗	30

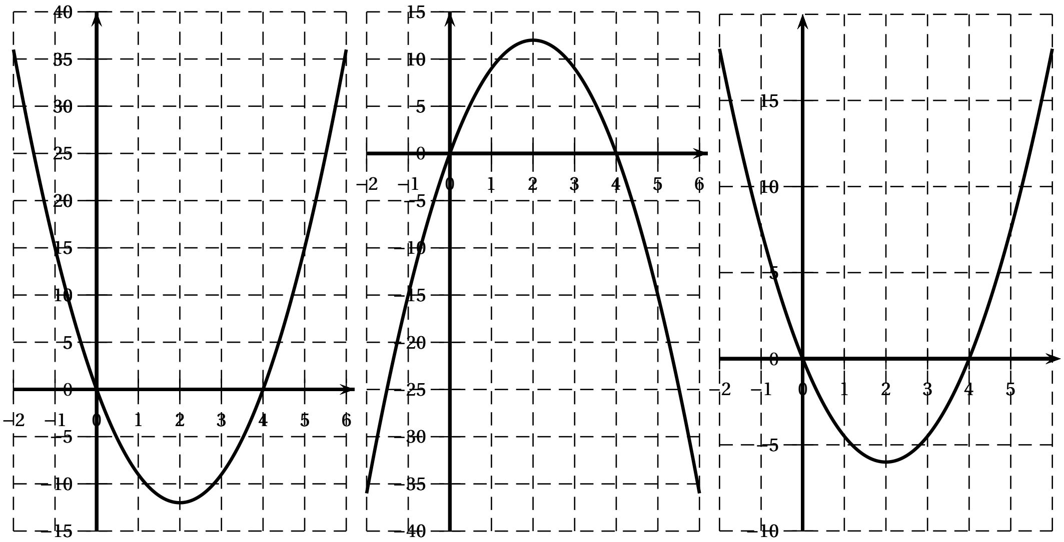
2. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ est 3.

3. Le coefficient directeur de la droite (BD) est $\dfrac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \dfrac{-10-14}{4-2} = -12$. Il en résulte $f'(2) = -12$.

4. Parmi les courbes suivantes celle qui représente la fonction dérivée f' est celle de la proposition 1.

   Nous savons que sur $[-2~;~0]$, $f'(x) > 0$ de même que sur $]4~;~+6]$ et $f'(x) < 0$ sur $]2~;~4[$, ce qui élimine la proposition 2. Nous avons $f'(2) = -12$ ce qui élimine la proposition 3.

   Cette dernière condition suffisait à justifier la proposition 1.



Proposition 1 Proposition 2 Proposition 3

Partie B :

L'expression de la fonction f est donnée, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2~;~6]$ par

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 30.$$

1. $f'(x) = 3x^2 - 6(2x) = 3x(x-4)$, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2~;~6]$.
2. Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 5 est $y = f'(5)(x-5) + f(5)$.
   $f'(5) = 3\times 5(5-4) = 15 \quad f(5) = 5^3 - 6\times 5^2 + 30 = 125 - 150 + 30 = 5$ d'où
   $y = 15(x-5) + 5$ soit $y = 15x - 70$.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 2 - PARTIE B