∽ Corrigé du baccalauréat STMG Polynésie ∽

1er septembre 2020

EXERCICE 1 **5 points**

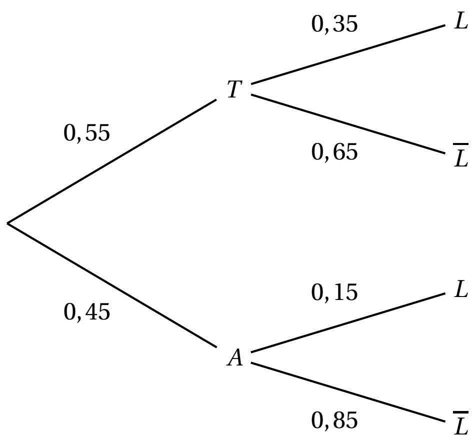
Dans un lycée, on considère les élèves ayant obtenu le baccalauréat STMG :

- 55 % de ces élèves poursuivent leurs études en BTS ou DUT et parmi eux, 35 % après l'obtention du BTS ou DUT poursuivent leurs études et obtiennent une licence.
- Les autres élèves poursuivent d'autres études après le baccalauréat, et parmi eux, 15 % obtiennent une licence.

On appelle :

T l'évènement : « pour suivre ses études en BTS ou DUT » ;
A l'évènement : « pour suivre d'autres études après le baccalauréat » ;
L l' évènement : « obtenir une licence ».
$\overline{L}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement L.

1. On complète l'arbre suivant qui modélise la situation :



2. $p(T \cap L) = p(T) \times p_T(L) = 0,55 \times 0,35 = 0,1925$

3. $p(L) = p(T \cap L) + p(A \cap L) = 0,1925 + 0,45 \times 0,15 = 0,1925 + 0,0675 = 0,26$.

4. La probabilité d'avoir suivi une formation en BTS ou DUT sachant que l'on a obtenu une licence, est : $p_L(T) = \dfrac{p(L \cap T)}{p(L)} = \dfrac{0,1925}{0,26} \approx 0,74$.

5. $p_L(A) = \dfrac{p(A \cap L)}{p(L)} = \dfrac{0,0675}{0,26} \approx 0,26$

C'est la probabilité de ne pas avoir suivi une formation en BTS ou DUT sachant que l'on a obtenu une licence.

EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau suivant donne le nombre de morts sur les routes françaises par an de 1998 à 2006.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de morts (y_i)	8 437	8 029	7 643	7 720	7 242	5 731	5 593	5 318	4 703

Source : d'après www.securite-routiere.gouv.fr

1. Sur l'annexe 1, on a représenté une partie du nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   On complète ce nuage de points à l'aide du tableau en plaçant le point d'abscisse 4 et le point d'abscisse 7.
2. À l'aide de la calculatrice, on donne l'équation réduite de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés : $y = -485,97x + 9142,22$.
3. L'année 2010 correspond au rang 13.
   À l'aide de la droite d'ajustement tracée en annexe, par lecture graphique, on détermine une prévision du nombre de morts en 2010 : environ 2 800.
4. On a observé en réalité que le nombre de personnes ayant perdu la vie sur les routes françaises en 2010 a diminué de 48 % par rapport à l'année 2000.
   En 2000, il y avait 7 643 morts; en 2010 il y en a eu : $7643 \times \left(1 - \dfrac{48}{100}\right) \approx 3974$.

EXERCICE 3 **5 points**

Le tableau suivant indique, sur la période 2002-2012, en France, la proportion de déchets recyclés exprimée en pourcentage des déchets d'emballages ménagers.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Pourcentage de déchets recyclés (en %)	45,4	47,9	50,7	53,3	54,8	57	55,2	56,4	61,1	61,3	64,9

Source : extrait d'une étude Eurostat : « déchets d'emballages par opération de gestion des déchets et flux des déchets »

1. **Étude du tableau**
   a. Le taux global d'évolution, arrondi à l'unité, entre 2002 et 2012 est :
   $\dfrac{\text{pourcentage en 2012} - \text{pourcentage en 2002}}{\text{pourcentage en 2002}} \times 100 = \dfrac{64,9 - 45,4}{45,4} \times 100 \approx 42,95$ soit 43 %.
   b. Le coefficient multiplicatif qui fait passer de 2002 à 2012 est : $\dfrac{64,9}{45,4} \approx 1,4295$.
   Le coefficient multiplicatif annuel moyen sur cette décennie est donc :
   $\sqrt[10]{\dfrac{64,9}{45,4}} = \left(\dfrac{64,9}{45,4}\right)^{\frac{1}{10}} \approx 0,03638$, ce qui correspond à environ 3,64 %..
   c. On conjecture qu'à partir de 2012, le taux annuel est de +3,64 %.
   De 2012 à 2020, il y a 8 ans, et le taux en 2012 est de 64,9 %.
   Le taux en 2020 est donc : $64,9 \times \left(1 + \dfrac{3,64}{100}\right)^8$ soit environ 86,4 %.
2. **Modélisation à l'aide d'une suite**
   Pour tout entier naturel n, on note V_n la proportion de déchets recyclés en pourcentage des déchets d'emballages ménagers en l'année $(2012 + n)$. Ainsi, $V_0 = 64,9$.
   On suppose que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,0364$.
   a. Pour tout entier naturel n, $V_n = V_0 \times q^n = 64,9 \times 1,0364^n$.
   b. $V_3 = 64,9 \times 1,0364^3 \approx 72,25$ et $V_{10} = 64,9 \times 1,0364^{10} \approx 92,79$
3. **Algorithme**
   On considère le modèle de la question 2. On propose l'algorithme suivant :

```
V ← 64,9
n ← 0
tant que V < 75
        V ← 1,0364 × V
        n ← n + 1
fin tant que
```

   a. $V_4 \approx 74,88 < 75$ et $V_5 \approx 77,60 \geqslant 75$ donc n vaut 5 en sortie d'algorithme.
   b. C'est donc en 2012 + 5 soit 2017 que le taux de recyclage a dépassé 75 %.

EXERCICE 4 **6 points**

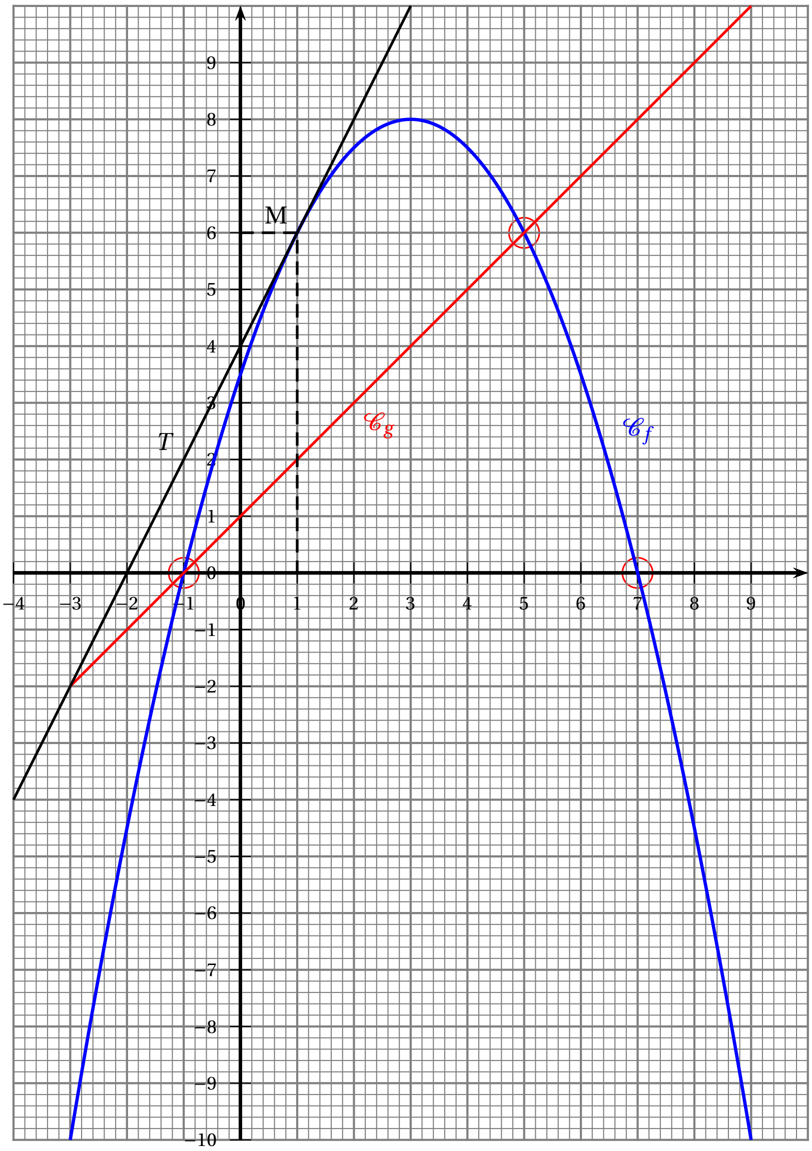
Les trois parties de l'exercice sont indépendantes

Partie 1

On a tracé dans le repère ci-dessous les représentations graphiques $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3~;~9]$.

La droite T est la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point M(1 ; 6).

La droite T passe par le point de coordonnées $(-2~;~0)$.



1. $f(x) > 0$ quand la courbe $\mathscr{C}_f$ est au dessus de l'axe des abscisses, donc pour $x \in]-1~;~7[$.
2. Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[-3~;~9]$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$, soit $x = -1$ et $x = 5$.
3. La tangente T passe par les points de coordonnées $(0~;~4)$ et $(1~;~6)$ donc le coefficient directeur de T vaut : $\dfrac{6-4}{1-0} = 2$.

Partie 2

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Indiquer sur la copie la partie, le numéro de l'affirmation et la réponse VRAI ou FAUX choisie.
Aucune justification n'est demandée.

On étudie une fonction h définie sur l'intervalle $[-15 ; 20]$.

On donne ci-dessous le tableau de signe de sa fonction dérivée h'.

Valeur de x	-15		-5		4		20
Signe de $h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

De plus, on sait que $h(-5) = 20$ et $h(4) = 2$.

Affirmation 1 : La fonction h est croissante sur l'intervalle $[4; 20]$.

> Sur l'intervalle $[4; 20]$, $h'(x) \geqslant 0$ donc la fonction h est croissante sur cet intervalle.
> **VRAI**

Affirmation 2 : L'équation réduite de la tangente à la représentation graphique de la fonction h au point d'abscisse $x = -7$ est $y = -3x+5$.

> D'après le tableau, $h'(-7) > 0$ donc le coefficient de la tangente à la courbe au point d'abscisse -7 ne peut être égal à -3.
> **FAUX**

Affirmation 3 : $h'(3)$ est négatif.

> Sur $[-5 ; 4]$ $h'(x) < 0$, et $3 \in [-5 ; 4]$ donc $h'(3) < 0$.
> **VRAI**

Partie 3

On considère la fonction B définie sur l'intervalle [-5; 5] par $B(x) = x^3 + 4x^2 - 3x$. On note B' la fonction dérivée de B.

1. Pour x appartenant à l'intervalle $[-5 ; 5]$, déterminer $B'(x) = 3x^2 + 8x - 3$.
2. On résout, sur l'intervalle $[-5 ; 5]$, l'équation $3x^2 + 8x - 3 = 0$.
   $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 3 \times (-3) = 100 = 10^2$
   L'équation admet deux solutions :
   $x' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8+10}{6} = \dfrac{1}{3}$ et $x'' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-8-10}{6} = -3$
3. La dérivée $B'(x)$ est du signe de a, donc positive, à l'extérieur des racines.
   On calcule les valeurs intéressantes : $f(-5) = -10$, $f(-3) = 10$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{14}{27}$ et $f(5) = 210$.
   On établit le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:

x	-5		-3		$\frac{1}{3}$		5
$B'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
B	-10	$\nearrow$	10	$\searrow$	$-\frac{14}{27}$	$\nearrow$	210

ANNEXE 1

À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2