Correction du baccalauréat STMG Polynésie
17 juin 2014

Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est un Q.C.M.

1. La valeur d'une action cotée en Bourse a baissé de 37,5 %.
   Le coefficient multiplicateur associé est $C = 1 - \dfrac{37,5}{100} = 0,625$. Sa valeur a été multipliée par $\boxed{0,625}$.
   C'est la réponse **d.**

2. Le prix d'une denrée alimentaire a augmenté le premier mois de 2 % puis a baissé le second mois de 10 %. Le coefficient multiplicateur global est $C = \left(1+\dfrac{2}{100}\right) \times \left(1-\dfrac{10}{100}\right) = 1,02 \times 0,9 = 0,918$.
   En notant t le taux d'évolution moyen mensuel, le coefficient multiplicateur global est $(1+t)^2$.
   On en édit $(1+t)^2 = 0,918$ donc $1+t = \sqrt{0,918}$ d'où $t = \sqrt{0,918} - 1 \approx -0,0419$, soit $\boxed{-4,19\,\%}$
   Le taux d'évolution moyen mensuel est (à 0,01 % près) -4,19 % ; c'est la réponse **c.**

3. Le prix d'un article est de 87 euros. Ce prix augmente de 2 % chaque année.
   Le coefficient multiplicateur annuel est $C = 1,02$.
   Au bout de n années, le prix est $87 \times 1,02^n$ (suite géométrique)
   Le prix dépassera 106 euros à partir de la $\boxed{10^{\text{e}}\text{ année}}$, car $87 \times 1,02^9 \approx 104$ et $87 \times 1,02^{10} \approx 106,1$ (on peut programmer les termes de la suite sur une calculatrice). Réponse **c.**

4. On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES
i, n, u
ENTRÉE
Saisir n
TRAITEMENT
u prend la valeur 5
Pour i allant de 1 à n
    u prend la valeur 0,94 × u
Fin Pour
SORTIE
Afficher u
```

   On remarque que cet algorithme calcule les termes d'une suite géométrique de raison 0,94 et de premier terme 5.
   Le terme affiché est donc $5 \times 0,94^n$.
   Si l'on choisit $n = 8$, l'algorithme affichera (à 0,01 près) $\boxed{3,05}$ (réponse **b**))

Exercice 2 **6 points**

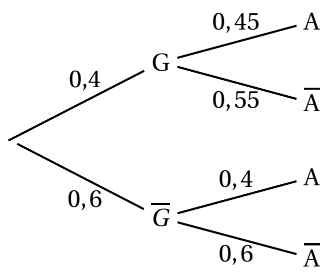
Cet exercice comporte deux parties largement indépendantes

Partie A

Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d'entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux.
Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée.
De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands. Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n'ont rien acheté.
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.
On note
G l'évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite »,
A l'évènement : « le visiteur a effectué un achat ».
On notera $\overline{G}$ l'évènement contraire de G et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. D'après l'énoncé, la probabilité $P_G(A)$ est $\boxed{0,45}$.

2. L'arbre de probabilité est :



3. La probabilité de l'évènement suivant : « le visiteur a payé son entrée et a effectué un achat » est :

$p\left(\overline{G} \cap A\right) = p_{\overline{G}}(A) \times p(\overline{G}) = 0,4 \times 0,6 = \boxed{0,24}$.

4. $A = (A \cap G) \cup (A \cap \overline{G})$ (réunion d'évènements incompatibles).

On en déduit :

$p(A) = p(A \cap G) + p\left(A \cap \overline{G}\right) = 0,45 \times 0,4 + 0,24 = 0?18 + 0,24 = \boxed{0,42}$.

5. La probabilité que le visiteur ait payé son entrée sachant qu'il a effectué un achat est :

$p_A\left(\overline{G}\right) = \dfrac{p\left(A \cap \overline{G}\right)}{p(A)} = \dfrac{0,24}{0,42} = \dfrac{24}{42} = \boxed{\dfrac{4}{7} \approx 0,57}$ à 0,01 près.

Partie B

1. On a répétition d'épreuves identiques indépendantes à deux issues.
Si on note X le nombre de visiteurs ayant effectué un achat, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,42$.

On calcule alors la probabilité que X soit égal à 10 à la calculatrice.
On trouve : $p(X = 10) \approx \boxed{0,03}$.

2. On estime que le modèle précédent n'est pas satisfaisant.

On considère désormais que le pourcentage de visiteurs ayant effectué un achat suit une loi normale d'espérance 42 et d'écart-type 4.

Notons Y ce pourcentage.

a. À la calculatrice, on trouve $p(Y \leqslant 46)\boxed{\approx 0,84}$

b. La probabilité d'avoir un pourcentage de ces visiteurs compris entre 34 et 50 est $p(34 \leqslant Y \leqslant 50)$.
On remarque que c'est $p(\mu - 2\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 2\sigma)$ où $\mu = 42$ est l'espérance et $\sigma = 4$ l'écart-type.
D'après le cours, on trouve $\boxed{0,95}$.
Sinon, on effectue directement le calcul à la calculatrice.

Exercice 3 — 4 points

Une entreprise de livraison de colis à domicile demande à un cabinet comptable de réaliser une étude sur son activité.
Une partie des données concerne les bénéfices (en milliers d'euros) réalisés chaque année depuis 2007.

Ces informations sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : y_i	10,2	12,8	13,8	14,4	16,7	17,5

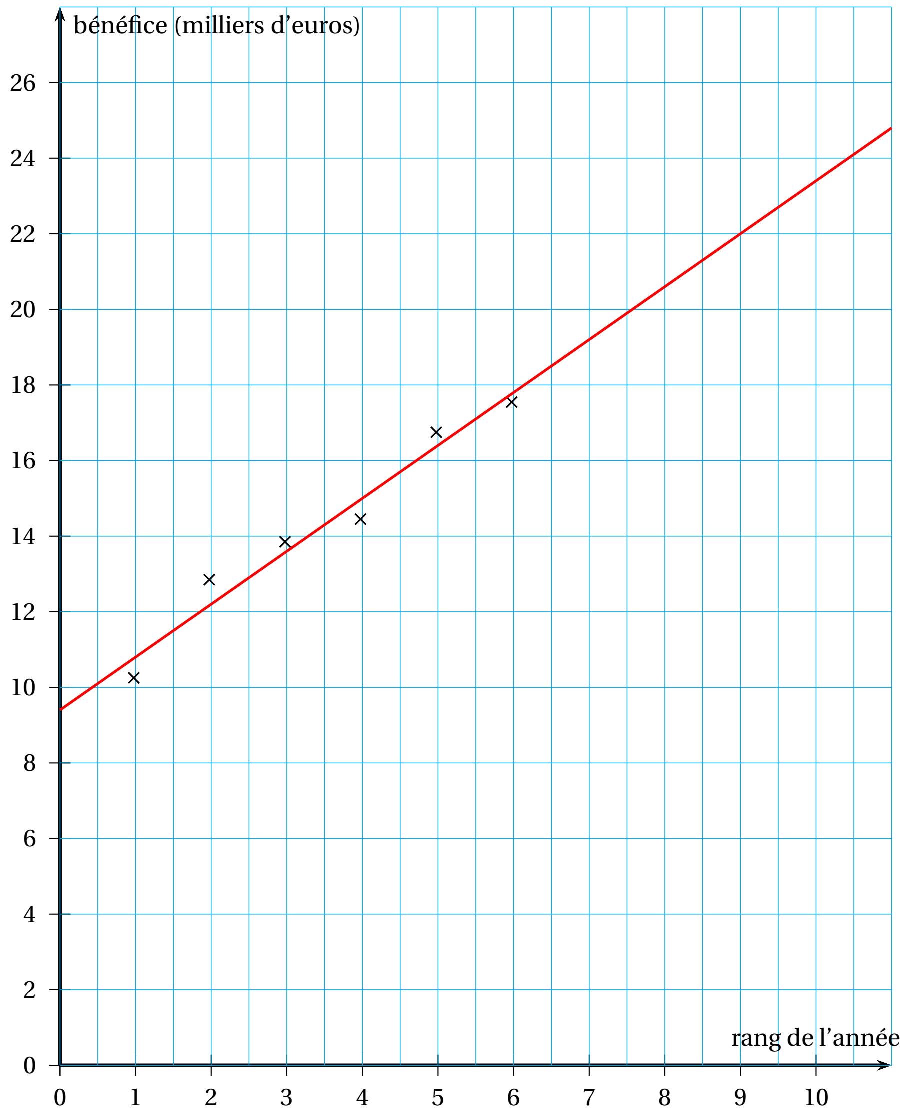
1. Le taux d'évolution global du bénéfice entre 2007 et 2012 est :
$\dfrac{17,5-10,2}{10,2}=\dfrac{7,3}{10,2}\approx 0,71568$, soit $\boxed{71,57\,\%}$ à $0,01\,\%$ près.

2. Voilà la feuille de calcul obtenue avec un tableur.

	A	B	C	D
1	Année	Rang	Bénéfice	Taux
2	2007	1	10,2	
3	2008	2	12,8	
4	2009	3	13,8	
5	2010	4	14,4	
6	2011	5	16,7	
7	2012	6	17,5	
8				

Pour obtenir les taux d'évolution d'une année sur l'autre par copier-glisser dans la colonne D, il faut taper dans la cellule D3 la formule : $\boxed{= (\text{C3}-\text{C2})/\text{C2}}$

Les données du tableau ci-dessus sont représentées par le nuage de points ci-dessous.



3. À la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $\boxed{y=1,39x+9,35}$

4. Pour les deux questions suivantes, on prend comme ajustement affine la droite d'équation
$y=1,4x+9,4$.

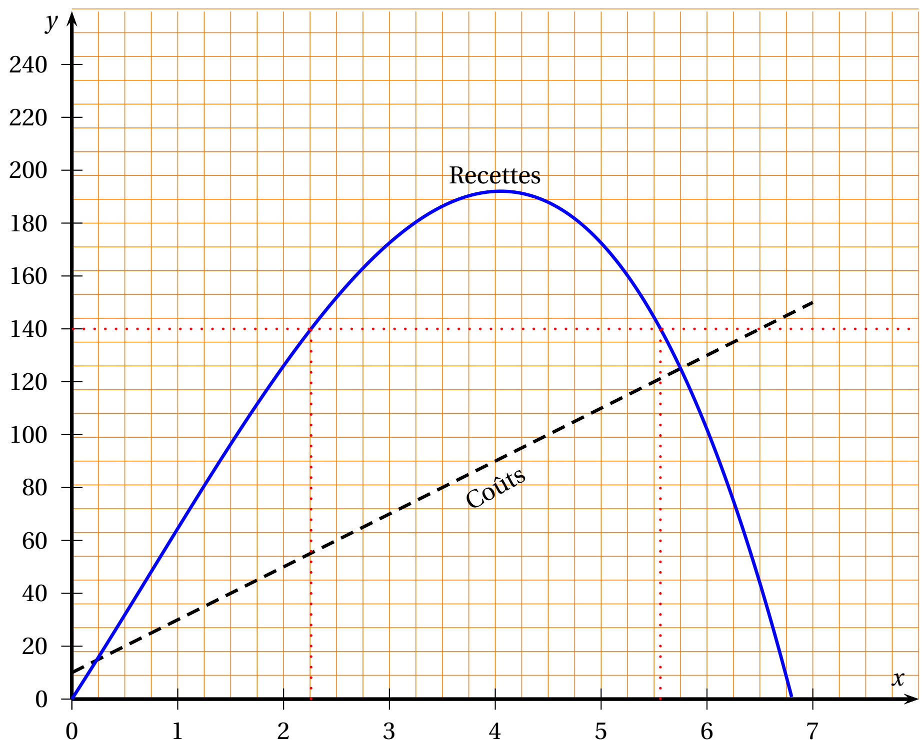
a. La droite est tracée dans le nuage de points ci-dessus.

b. 2015 correspond à un rang égal à 9.
On remplace x par 9.
$1,4 \times 9 + 9,4 = 12,6 + 9,4 = \boxed{22}$.
Le bénéfice que l'on peut estimer avoir en 2015 est de **22 milliers d'euros**.

Exercice 4 — 6 points

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.



Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique.

1. Graphiquement, on trouve que pour avoir une recette de 140 000 €, il faut fabriquer environ 2,3 centaines d'objets donc **230 objets** ou 5,6 centaines, soit **560 objets**.

2. Le bénéfice est positif ou nul tant que la recette est supérieure ou égale aux coûts, donc on regarde les abscisses de points pour lesquels la courbe des recettes est au-dessus de la courbe des coûts. On trouve que x doit être compris approximativement entre 0,25 et 5,75 ; il faut donc fabriquer **entre 25 et 575 objets**.

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0 ; 7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;\,7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. 399 produits fabriqués correspondent à $x = 3$.
$R(3) = 172,5$ et $C(3) = 70$.
La recette correspondant à 300 objets est de **172,5 milliers d'euros** et le coût est de **70 milliers d'euros**.

Le bénéfice correspondant est donc de **102,5 milliers d'euros**.

2. On note B la fonction bénéfice.

Pour tout x, on a :

$B(x) = R(x) - C(x) = \left(-2x^3 + 4,5x^2 + 62x\right) - (20x + 10) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - 20x - 10 =$

$B(x) = \boxed{-2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10}$.

3. $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 4,5 \times 2x + 42 = \boxed{-6x^2 + 9x + 42}$.

4. $B''(x)$ est un polynôme du second degré.

Le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$ avec $a = -6$, $b = 9$ et $c = 42$.

$\Delta = 9^2 - 4 \times (-6) \times 42 = 1\,089 = 33^2$.

Les deux solutions de l'équation $B((x) = 0$ sont

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 + 33}{-12} = \boxed{-2}\ ;\ x_2 = \dfrac{-b + -\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9 - 33}{-12} = \dfrac{42}{12} = \dfrac{7}{2} = \boxed{3,5}$.

$B'(x)$ est du signe du coefficient de x^2, donc de -6 (négatif) à l'extérieur de l'intervalle formé par les solutions de l'équation $B'(x) = 0$, donc pour $x > 3,5$ (car -2 n'appartient pas à l'intervalle d'étude).

On en déduit le signe de $B'(x)$ et les variations de B.

x	0		3,5		7
$B'(x)$		+	0	−	
$B(x)$	−10	↗	106,375	↘	−181,5

5. Le bénéfice est maximal pour **350 objets fabriqués** et vaut **106 375 euros.**