Corrigé du baccalauréat STMG Polynésie 11 septembre 2015

Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, une seule réponse proposée est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Une réponse multiple ne rapporte pas de point.

1. On considère l'évolution du prix d'un produit ménager. Son prix a d'abord augmenté de 8,5 % puis il a diminué de 3 %. Le taux d'évolution global du prix arrondi à 0,01 % est :

   a. ~~11,76 %~~ **b.** ~~5,5 %~~ **c.** $\boxed{5,25\,\%}$ **d.** ~~5 %~~

   $1,085 \times 0,97 - 1 \approx 0,05245$

2. À la sortie d'un magasin, on estime que la proportion de clients ayant effectué un achat est de 0,29. On considère un échantillon de 10 clients choisis au hasard et de façon indépendante.

   La probabilité arrondie à 0,01 près que parmi ceux-ci, au plus quatre aient effectué un achat est :

   a. ~~0,09~~ **b.** $\boxed{0,87}$ **c.** ~~0,13~~ **d.** ~~0,96~~

   $X \hookrightarrow \mathscr{B}(10\,;\,0,29) \quad p(X \leqslant 4) \approx 0,8663$

Pour les deux questions suivantes, on considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\,;\,2,5]$ et dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous.
On note f' la fonction dérivée de f.
Les tangentes à la courbe sont horizontales uniquement aux points d'abscisses $x = 0$ et $x = 2$.

3. La fonction f vérifie :

   a. $\boxed{f'(1) < 0}$

   la fonction f est décroissante sur $[0\,;\,2]$

   b. $\cancel{f'(1) = 0}$

   c. $\cancel{f'(1) = 1}$

   d. $\cancel{f'(1) = -5}$

4. Sur l'intervalle $[0\,;\,2]$

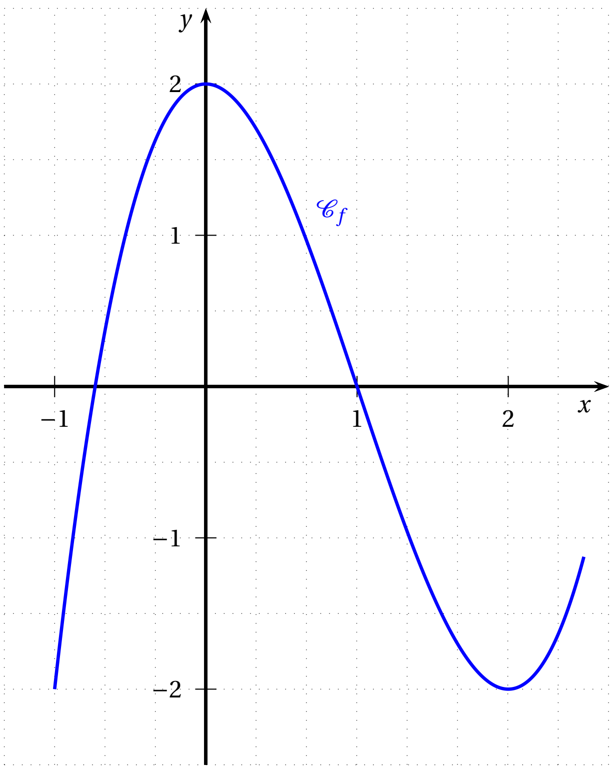
   a. ~~f' change de signe~~

   b. ~~f' s'annule une fois~~

   c. $\boxed{f' \text{ est négative ou nulle}}$

   la fonction f est décroissante sur $[0\,;\,2]$

   d. ~~f' est décroissante~~

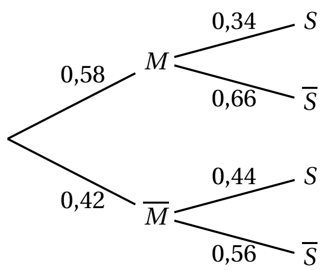


EXERCICE 2 — 5 points

Partie A :

Une société de hotline fait une enquête sur le niveau de satisfaction des personnes qui ont recours à leurs services par téléphone. Elle dispose de deux centres d'appel : un situé à Marseille, un autre situé à Lille.
L'enquête consiste à demander à chaque personne ayant téléphoné si elle est satisfaite ou non du service que la hotline lui a proposé.
La société estime que 58 % des appels reçus l'ont été par le centre de Marseille.
De plus, parmi les appels reçus par le centre de Marseille, on constate un taux de 34 % de personnes satisfaites ; alors que pour le centre de Lille, on constate un taux de 44 % de personnes satisfaites.
On choisit au hasard une personne ayant téléphoné.
On considère les évènements suivants :
M : « la personne a téléphoné au centre de Marseille ».
S : « la personne est satisfaite du service proposé ».

1. **a.** Complétons l'arbre de probabilité suivant :



b. La probabilité que la personne ait téléphoné au centre de Marseille et soit satisfaite est notée $p(M \cap S)$.
$p(M \cap S) = p(M) \times p_M(S) = 0{,}58 \times 0{,}34 = 0{,}1972$.

c. Calculons la probabilité que la personne ayant téléphoné soit satisfaite.
$p(S) = p(M \cap S) + p\left(\overline{M} \cap S\right) = p(M) \times p_M(S) + p\left(\overline{M}\right) \times p_{\overline{M}}(S)$
$p(S) = 0{,}1972 + 0{,}42 \times 0{,}44 = 0{,}1972 + 0{,}1848 = 0{,}382$.
Nous avons bien trouvé le résultat attendu.

2. Sachant que la personne ayant téléphoné a été satisfaite, la probabilité que cette personne ait téléphoné au centre de Lille est notée $p_S(\overline{M})$.

$$p_S(\overline{M}) = \dfrac{p\left(\overline{M} \cap S\right)}{p(S)} = \dfrac{0{,}1848}{0{,}382} \approx 0{,}484 \text{ à } 0{,}001 \text{ près.}$$

3. On considère un échantillon de 500 personnes choisies au hasard ayant téléphoné à l'un des centres d'appel.

Déterminons un intervalle $\mathscr{I}$ de fluctuation au seuil de 95 % du taux de personnes satisfaites pour cet échantillon.

$\mathscr{I} = \left[p - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0{,}382 - \dfrac{1}{\sqrt{500}}\ ;\ 0{,}382 + \dfrac{1}{\sqrt{500}}\right] = [0{,}337\ ;\ 0{,}427]$ *les bornes sont arrondies à* 0,001 *près.*

Partie B :

On considère que désormais le taux S de satisfaction des personnes ayant téléphoné aux centres d'appel suit une loi normale d'espérance $\mu = 38{,}2$ et d'écart-type $\sigma = 4{,}9$.

On arrondira les résultats à 0,01 près.

1. Calculons la probabilité que le taux S de satisfaction soit compris entre 28,4 % et 48 %.

$p\,(28{,}4 \leqslant S \leqslant 48) \approx 0{,}95$

2. Calculons la probabilité que le taux S de satisfaction soit supérieur à 40 %.

$p\,(S \geqslant 40) = 0{,}5 - p\,(38{,}2 \leqslant S \leqslant 40) \approx 0{,}36$.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A :

Le tableau ci-dessous donne le montant du SMIC mensuel net au 1er septembre de chaque année.

Année	2010	2011	2012	2013
Montant en euros	1 053,24	1 072,07	1 118,29	1 120,43

1. Calculons le taux global d'évolution du SMIC mensuel net entre 2010 et 2013.

   Le taux d'évolution T est défini par $T = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$

   $T = \dfrac{1\,120,43 - 1\,053,24}{1\,053,24} \approx 0,063\,8$ arrondi à 0,06

2. Déterminons le taux d'évolution annuel moyen sur la période 2010-2013.

   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^3$ puisque le SMIC a subi 3 évolutions durant cette période.

   $(1+t_m)^3 = 1,063\,8$ par conséquent $t_m = 1,063\,8^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0,020\,8$ arrondi à 0,02.

3. En prenant comme base 100 l'année 2010, l'indice du SMIC mensuel net pour l'année 2013 est

   $100 \times 1,06 = 106$ arrondi à l'unité.

Partie B :

On considère dans cette partie qu'à partir de 2013, le taux d'évolution annuel du SMIC net sera de 2,1 %. On modélise ainsi l'évolution du SMIC par une suite (u_n) où u_n représente le montant en euros au 1er septembre de l'année $2013+n$. Ainsi $u_0 = 1\,120,43$.

On arrondira les résultats à 0,01 près.

1. À un taux d'évolution de 2,1 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,021.

   Par conséquent $u_1 = u_0 \times 1,021 = 1\,120,43 \times 1,021 = 1\,143,96$ et

   $u_2 = u_1 \times 1,021 = 1\,143,96 \times 1,021 = 1\,167,98$.

2. La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1\,120,43$ et de raison 1,021, nombre par lequel nous multiplions un élément de la suite pour obtenir le terme suivant. Le terme général de la suite est donc $u_n = 1\,120,43 \times (1,021)^n$.

3. Déterminons une estimation du montant du SMIC net au 1er septembre pour l'année 2020. En 2020 $n = 7$, il en résulte $u_7 = 1\,120,43 \times (1,021)^7 \approx 1\,295,88$.

   Une estimation du SMIC au 1er septembre 2020 est d'environ 1 295,88 euros.

On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES
  n EST DU TYPE NOMBRE
  u EST DU TYPE NOMBRE
TRAITEMENT
  n PREND LA VALEUR 0
  u PREND LA VALEUR 1 120,43
  TANT QUE u < 1400 FAIRE
    u PREND LA VALEUR u * 1,021
    n PREND LA VALEUR n + 1
  FIN TANT QUE
  AFFICHER n
```

4. Cet algorithme permet de calculer le nombre nécessaire d'années pour que le SMIC dépasse 1 400 euros.

5. Le résultat affiché par cet algorithme est 11.

EXERCICE 4 **5 points**

Un audit est effectué auprès d'une collectivité locale afin de connaître l'évolution de son budget concernant sa dépense pour l'équipement (véhicules, fournitures, ...).
Cette évolution est résumée dans le tableau suivant où la dépense est exprimée en centaine de milliers d'euros :

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6
Dépense (y_i)	16,5	11	9,4	6,1	5,7	4,6

En annexe à rendre avec votre copie, on a représenté le nuage des points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.

Partie A :

1. À l'aide de la calculatrice, une équation réduite de la droite, notée (d), d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = -2{,}25x + 16{,}75$. *Les coefficients sont arrondis à* $0{,}01$ *près.*

Pour la suite, on utilisera comme équation de la droite (d) : $y = -2{,}2x + 16{,}8$.

2. **a.** Cette droite est tracée dans le repère donné en annexe.

   b. À l'aide de cet ajustement, donnons une estimation de la dépense de la collectivité locale pour l'année 2015. En 2015, le rang de l'année est 7, par conséquent remplaçons x par 7 dans l'équation de la droite.
   $y = -2{,}2 \times 7 + 16{,}8 = 1{,}4$.
   Une estimation de la dépense de la collectivité locale pour l'année 2015 est, selon ce modèle, d'environ 140 000 euros.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,15]$ par

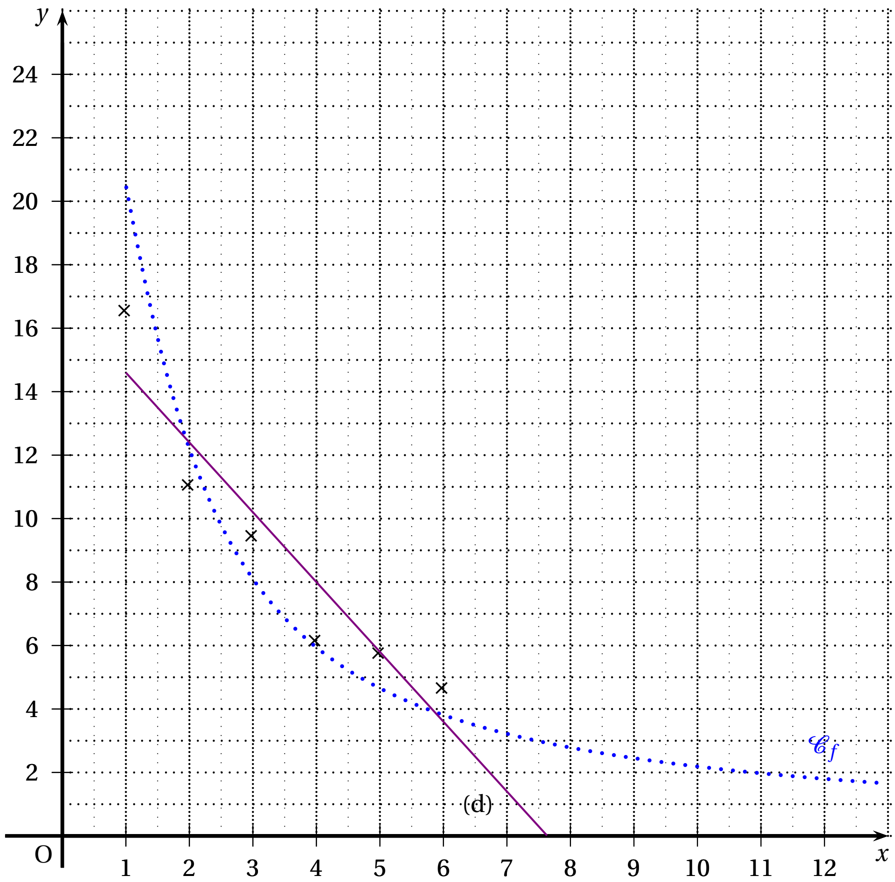
$$f(x) = \frac{20x + 21}{x^2 + 1}.$$

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est tracée sur le graphique en annexe.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
On admet que $f'(x) = \dfrac{-20x^2 - 42x + 20}{\left(x^2+1\right)^2}$, pour tout nombre réel $x \in [1\ ;\ 15]$.

1. Démontrons que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[1\,;\,15]$. Pour ce faire, étudions le signe de $f'(x)$. Le dénominateur étant strictement positif, étudions alors le signe du numérateur. Celui-ci étant un trinôme du second degré, calculons le discriminant.
   $\Delta = (-42)^2 - 4 \times (-20) \times 20) = 3\,364 = (58)^2$
   Calculons maintenant les racines du trinôme : $x_1 = \dfrac{42 + 58}{-40} = -\dfrac{5}{2}$ $\qquad x_2 = \dfrac{42 - 58}{-40} = \dfrac{2}{5}$.
   Le signe du trinôme est celui de a $(a = -20)$ sur $]-\infty\ ,\ x_1[\cup]x_2\ ;\ +\infty[$. $\dfrac{2}{5} < 1$ par conséquent sur $[1\,;\,15]$, $f'(x) < 0$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Pour tout x appartenant à $[1\,;\,15]$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur cet intervalle

2. On choisit désormais la courbe $\mathscr{C}_f$ comme ajustement du nuage de points.
   À l'aide de cet ajustement, donnons une estimation de la dépense de la collectivité locale pour l'année 2015. Calculons $f(7)$. $f(7) = \dfrac{2 \times 7 + 21}{7^2 + 1} = 3{,}22$.
   À l'aide de cet ajustement, une estimation de la dépense de la collectivité locale pour l'année 2015 est d'environ 322 000 euros.

Annexe à rendre avec la copie



Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'**A. P. M. E. P.**, merci.