Corrigé du baccalauréat STMG Polynésie 4 septembre 2018

EXERCICE 1 **5 points**

1. Le prix de la tonne de beurre au 1er janvier 2005 était $\dfrac{4\,500}{123,5} \approx 3\,643,724$ soit environ 3 643,72 €.

2. Formule : =B4*C2/B$2

3. **a.** De janvier à août le prix a été multiplié par $\dfrac{179,9}{123,5} \approx 1,456\,68$, soit un taux d'évolution au dixième près de 45,7.

   b. Chaque mois en moyenne le prix a été multiplié par $1,456\,68^{1/7} \approx 1,055\,2$ donc le taux d'augmentation moyen sur cette période de sept mois est environ 5,5 %.

4. Le 1er mai 2017 le prix de la tonne de beurre était : $4\,500 \times \dfrac{139,6}{123,5} \approx 5\,086,64$ €.

5. Le prix de la tonne de beurre était de 6 500 euros le 1er octobre 2017.

   a. L'indice (base 100 en janvier 2005) du prix du beurre le 1er octobre 2017 est :
   $6\,500 \times \dfrac{6\,500 \times 123,5}{4\,500} \approx 178,389$, soit 178,4 au dixième près.

   b. Si le taux d'évolution moyen de 5,5 % s'était maintenu le taux au 1er octobre 2017 aurait du être à peu près $179,9 \times 1,055^2 = 200,233$ ce qui correspond à un prix de :
   $4\,500 \times \dfrac{200,233}{123,5} \approx 7\,295,95$. La réponse est non.

EXERCICE 2 **9 points**

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Campagne de publicité

1. La probabilité que cette personne connaisse ce téléviseur après une semaine de publicité est $f(1) = \dfrac{9}{10+40} = \dfrac{9}{50} = \dfrac{18}{100} = 0,18$.
   La probabilité que cette personne connaisse ce téléviseur après deux semaines de publicité est $f(2) = \dfrac{18}{20+40} = \dfrac{18}{60} = \dfrac{3}{10} = 0,30$.

2. En calculant cette dérivée comme celle d'un quotient $\dfrac{u}{v}$, dérivée qui est de la forme $\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$, on obtient :
   $f'(x) = \dfrac{9(10x+40) - 10 \times 9x}{(10x+40)^2} = \dfrac{360}{(10x+40)^2}$

3. $f'(x)$ est un quotient dont les deux termes sont supérieurs à zéro, donc $f'(x) > 0$: la fonction est donc croissante sur l'intervalle $[0\,;\,26]$

4. Voici un algorithme :

   a. L'algorithme donne la plus grande valeur entière de x vérifiant l'inéquation :
   $f(x) < 0,75 \iff \dfrac{9x}{10x+40} < 0,75 \iff 9x < 0,75(10x+40) \iff 9x < 7,5x+30 \iff 1,5x < 30 \iff 0,5x < 10 \iff x < 20$.
   L'algorithme donnera $x = 19+1 = 20$ à la fin de l'exécution de l'algorithme puisque le compteur x est incrémenté de 1 tant que $y < 0,75$.

   b. Le résultat précédent montre que jusqu'à la 19e semaine moins des trois quarts des personnes connaîtront ce téléviseur.

Partie B : Durée de vie d'un téléviseur

1. **a.** On lit sur le graphique $\mu = 84$

   b. Par symétrie de la courbe autour de la droite $x = 84$, on a $P(X \geqslant 124) = 0,025$, donc $P(44 \leqslant X \leqslant 124) = 1 - 2P(X \leqslant 44) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Dans la suite on admet que l'écart-type est $\sigma = 20,4$.

2. La calculatrice donne $P(X > 120) \approx 1 - 0,961 \approx 0,039$, soit 0,04 au centième près.
3. 10 ans représente 120 mois. On a vu dans la question précédente que la probabilité de vie d'un téléviseur après 120 mois était de 0,04; on est donc loin des 0,75 promis par la publicité.

Partie C : Service après-vente

Une enquête a été réalisée dans une grande surface de multimédia sur des clients ayant acheté un téléviseur deux ans plus tôt. On a constaté que :

- 40 % de ces clients ont souscrit une garantie de deux ans. Parmi eux :
  - un quart a contacté une seule fois le service après-vente (SAV) ;
  - 28 % n'ont pas contacté le SA V;
  - les autres ont contacté le SA Vau moins deux fois.
- Parmi les clients n'ayant pas souscrit de garantie de deux ans :
  - 80 % n'ont pas contacté le SAV;
  - 15 % ont contacté le SAV une seule fois;
  - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.

On choisit au hasard un client ayant acheté un téléviseur dans ce magasin deux ans plus tôt et on note les évènements :

- G : « Le client a souscrit une garantie de deux ans » ;
- A : « Le client n'a pas contacté le SAV » ;
- B : « Le client a contacté le SAV une seule fois » ;
- C : « Le client a contacté le SAV au moins deux fois ».

1. Voir à la fin.
2. On a $P(G \cap A) = P(G) \times P_G(A) = 0,40 \times 0,28 = 0,112$.
3. On calcule de même :
   $P\left(\overline{G} \cap A\right) = P(\overline{G}) \times P_{\overline{G}}(A) = 0,60 \times 0,8 = 0,48$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $P(A) = P(G \cap A) + P\left(\overline{G} \cap A\right) = 0,112 + 0,48 = 0,592$.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A

1. La calculatrice donne une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés : $y = 0,288x + 2,886$

2. Dans la suite de l'exercice, on prend la droite d'équation $y = 0,3x + 2,9$ comme ajustement du nuage de points.

   a. Voir l'annexe.

   b. Solution géométrique : la droite d'équation $y = 5$, (5 correspondant à l'année 2018), coupe la droite d'ajustement en un point d'ordonnée approximative 4,4. Voir l'annexe.

   c. Toujours géométriquement : la droite d'équation $y = 5$ coupe droite d'ajustement en un point d'abscisse 7 ; d'après cet ajustement on devrait atteindre les 5 heures en 2020.

Partie B

1. Augmenter de 5 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$.

   On a donc $u_{n+1} = 1,05 \times u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$: la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 3,97.

2. On sait que pour tout naturel n, $\quad u_n = u_0 \times r^n = 3,97 \times 1,05^n$.

3. 2019 correspond à $n = 2$.

   En utilisant le modèle $u_n = 3,97 \times 1,05^n$, on obtient avec $n = 2$,

   $u_2 = 3,97 \times 1,05^2 = 4{,}376925$, soit environ 4,38 h au centième près.

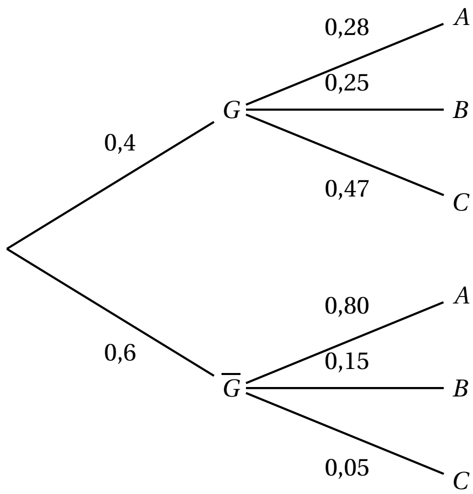
4. Il faut résoudre dans $\mathbb{N}$, l'inéquation :

   $$3,97 \times 1,05^n > 5 \iff 1,05^n > \dfrac{5}{3,97} \iff n \ln 1,05 > \ln \dfrac{5}{3,97} \iff n > \dfrac{\ln \dfrac{5}{3,97}}{\ln 1,05}.$$

   Or $\dfrac{\ln \dfrac{5}{3,97}}{\ln 1,05} \approx 4,7$: il faut prendre au moins $n = 5$, ce qui correspond à 2022.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3