Corrigé du baccalauréat STMG Pondichéry 17 avril 2015

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne le revenu disponible brut (RDB) des ménages et l'évolution de leur pouvoir d'achat en France de 2010 à 2013.

	A	B	C	D	E
1	Année	2010	2011	2012	2013
2	Rang de l'année : x_i	1	2	3	4
3	RDB en milliards d'euros : y_i	1 285,40	1 311,40	1 318,10	1 326,30
4	Taux d'évolution du RDB, en %, arrondi à 0,01 %		2,02	0,51	

Source : INSEE

Les points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ sont représentés dans le graphique de **l'annexe à rendre avec la copie**.

Partie A : taux d'évolution

1. **a.** La cellule E4 est au format pourcentage. Une formule que nous pouvons entrer dans E4 pour calculer le taux d'évolution du RDB en pourcentage de 2012 à 2013 est : =(E$3−D$3)/D$3.

   remarque : le $ n'est pas indispensable.

   b. Calculons le taux d'évolution du RDB en pourcentage de 2012 à 2013. En appliquent la relation précédente, $t = \dfrac{1326{,}30 - 1318{,}10}{1318{,}10} \approx 0{,}00622$. Le taux d'évolution du RDB arrondi à 0,01 % est d'environ 0,62 %.

2. **a.** Calculons le taux annuel moyen d'évolution du RDB entre 2010 et 2013.

   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^3$ puisque le RDB a subi 3 évolutions durant cette période.

   $(1+t_m)^3 = \dfrac{1326{,}30}{1285{,}40} \approx 1{,}03181889$ par conséquent $t_m = 1{,}03181889^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}010496$.

   Le taux annuel moyen d'évolution du RDB entre 2010 et 2013, arrondi à 0,01 %, est bien égal à 1,05 %.

   b. On suppose que le taux d'évolution du RDB de 2013 à 2014 est égal à 1,05 %.

   Calculons le RDB pour l'année 2014.

   À une hausse de 1,05 % correspond un coefficient multiplicateur égal à 1,010 5.

   $1{,}0105 \times 1326{,}30 = 1340{,}22615$. Le RDB pour 2014, arrondi au centième est de 1 340,23 milliards d'euros.

Partie B : ajustement affine

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite $\mathscr{D}$ qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ par la méthode des moindres carrés est $y = 12{,}94x + 1277{,}95$.
2. La droite $\mathscr{D}$ est tracée dans le repère donné en **annexe à rendre avec la copie**.
3. Calculons le RDB prévu en 2014 selon ce modèle d'ajustement.

   Le rang de l'année 2014 est 5, remplaçons x par 5 dans l'équation de la droite.

   $y = 12{,}94 \times 5 + 1277{,}95 = 1342{,}65$.

   Le RDB pour l'année 2014 est estimé à 1 342,65 milliards d'euros.

Partie C : comparaison des deux prévisions

Une étude statistique suggère que le RDB des ménages en 2014 aurait été de 1 340 milliards d'euros. Si on autorise une marge d'erreur de 1 %, les prévisions pour le RDB en 2014 obtenues en **partie A - 2. b.** et en **partie B - 3.** sont acceptables puisque les deux prévisions appartiennent à l'intervalle autorisé.

La marge d'erreur pouvait atteindre $1340 \times 0{,}01 = 13{,}4$.

EXERCICE 2 **5 points**

Deux coureurs cyclistes, Ugo et Vivien, ont programmé un entraînement hebdomadaire afin de se préparer à une course qui aura lieu dans quelques mois. Leur objectif est de parcourir chacun une distance totale de 1 500 km pendant leur période d'entraînement de 20 semaines.
Ugo commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 5 km par semaine.
Vivien commence son entraînement en parcourant 30 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 10 % par semaine.
On note u_n la distance, en kilomètres, parcourue par Ugo la n-ième semaine.
On note v_n la distance, en kilomètres, parcourue par Vivien la n-ième semaine.
On a ainsi $u_1 = 40$ et $v_1 = 30$.

Dans cet exercice, on étudie les suites (u_n) et (v_n).

Partie A : l'entraînement d'Ugo

1. Calculons les distances parcourues par Ugo au cours des deuxième et troisième semaines d'entraînement c'est-à-dire u_2 et u_3. $u_2 = 40+5 = 45$, $\quad u_3 = 45+5 = 50$.
2. La suite (u_n) est une suite arithmétique car chaque terme se déduit du précédent en ajoutant 5. La raison est 5.
3. Complétons les lignes (1) et (2) de façon à ce qu'il affiche en sortie la distance parcourue par Ugo lors de la n-ième semaine d'entraînement.

Variables :	u est un réel
	i et n sont des entiers naturels
Entrée :	Saisir n
Initialisation :	u prend la valeur 35 (1)
Traitement :	Pour i allant de 1 à n
	u prend la valeur $u+5$ (2)
	Fin Pour
Sortie :	Afficher u

remarque puisque la boucle commence à 1 il faut donc qu'en sortie pour $n = 1$ on obtienne 40, par conséquent il faut initier la valeur u à 35 comme le montre la question suivante.

4. Calculons u_n.
Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 + (n-1)r$.
$u_n = 40 + (n-1) \times 5 = 35+5n$.
Par conséquent pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 35+5n$.

Partie B : l'entraînement de Vivien

1. À une augmentation de 10 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,1. Chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par 1,1 par conséquent la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,1 et de premier terme $v_1 = 30$.
2. Calculons v_n.
Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est
$u_n = u_1 \times (q)^{n-1}$.
$v_n = 30 \times (1{,}1^{n-1})$. Pour tout $n \geqslant 1$, $v_n = 30 \times 1,1^{n-1}$.
3. Calculons v_8. $v_8 = 30 \times 1{,}1^{8-1} \approx 58{,}5$.

Partie C : comparaison des deux entraînements

1. Vivien est persuadé qu'il y aura une semaine où il parcourra une distance supérieure à celle parcourue par Ugo. Vivien a raison.
En dressant une table des valeurs pour u_n et v_n , nous obtenons pour $n = 15$, $u_{15} = 110$ et $v_{15} = 113{,}9$.

2. À la fin de la 17^e^ semaine, les deux cyclistes se blessent. Ils décident alors de réduire leur entraînement. Ils ne feront plus que 80 km chacun par semaine à partir de la 18^e^ semaine.

Calculons la distance totale parcourue pendant les dix-sept semaines :

En utilisant la calculatrice, nous montrons qu'Ugo aura parcouru 1 360 km et Vivien 1 216,34 km.

Les formules de la somme des $n+1$ premiers termes d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique ne sont plus au programme, par curiosité ancienne manière

Ugo : $u_1 + u_2 + \cdots + u_{16} + u_{17} = \dfrac{17 \times (40+120)}{2} = 1360$;

Vivien : $v_1 + v_2 + \cdots + v_{16} + v_{17} = 30 \times \dfrac{1,1^{17-1}}{1,1-1} \approx 1216,34$.

Durant les trois semaines restantes, ils parcourront 240 km. Ugo atteindra son objectif car 1 360+240=1 600 tandis que Vivien ne pourra l'atteindre 1 216,34+240=1 456,34.

EXERCICE 3 — 5 points

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon de basketball lancé par un joueur faisant face au panneau. Cette trajectoire est modélisée dans le repère de **l'annexe à rendre avec la copie**.

Dans ce repère, l'axe des abscisses correspond à la droite passant par les pieds du joueur et la base du panneau, l'unité sur les deux axes est le mètre. On suppose que la position initiale du ballon se trouve au point J et que la position du panier se trouve au point P.

La trajectoire du ballon est assimilée à la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f.

Les coordonnées du ballon sont donc $(x\ ;\ f(x))$.

1. Étude graphique

En exploitant la figure de **l'annexe à rendre avec la copie**, répondons aux questions suivantes :

a. La hauteur du ballon lorsque $x = 0,5$ m est d'environ 3 mètres. Nous lisons l'ordonnée du point d'abscisse 0,5.

b. Le ballon n'atteint pas la hauteur de 5,5 m car il n'y a pas de points d'intersection entre la courbe et la droite d'équation $y = 5,5$.

2. Étude de la fonction f

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0;6]$ par $f(x) = -0,4x^2 + 2,2x + 2$.

a. Déterminons $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

$f'(x) = -0,4(2x) + 2,2 = -0,8x + 2,2$.

b. Étudions le signe de $f'(x)$.

Sur $\mathbb{R}$, $-0,8x + 2,2 > 0 \iff x < \dfrac{2,2}{0,8} \iff x < 2,75$.

Par conséquent si $x \in [0\ ;\ 2,75[$, $f'(x) > 0$ et si $x \in]2,75\ ;\ 6]$, $f'(x) < 0$).

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.

Sur $[0\ ;\ 2,75[$, $f'(x) > 0$, par conséquent la fonction f est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I

Sur $]2,75\ ;\ 6]$, $f'(x) < 0$, par conséquent la fonction f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;6]$.

x	0		2,75		6
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f	2	↗	5,025	↘	0,8

c. La hauteur maximale atteinte par le ballon lors de ce lancer est de 5,025 m.

3. **Modification du lancer** En réalité, le panneau, représenté par le segment [AB] dans la **figure de l'annexe à rendre avec la copie**, se trouve à une distance de 5,3 m du joueur. Le point A est à une hauteur de 2,9 m et le point B est à une hauteur de 3,5 m.
   Le joueur décide de modifier son lancer pour tenter de faire rebondir le ballon sur le panneau. Il effectue alors deux lancers successifs.
   Dans le premier lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $g(x) = -0,2x^2 + 1,2x + 2$.
   Dans le second lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction h définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $h(x) = -0,3x2 + 1,8x + 2$. Pour chacun de ces deux lancers, déterminons si le ballon rebondit ou non sur le panneau.
   La hauteur $g(5,3)$ ou $h(5,3)$ doit être comprise entre 2,9 m et 3,5 m.
   premier lancer calculons $g(5,3)$.
   $g(5,3) = -0,2 \times (5,3)^2 + 1,2 \times 5,3 + 2 = 2,742$. Le ballon ne rebondit pas sur le panneau.
   second lancer calculons $h(5,3)$.
   $h(5,3) = -0,3 \times (5,3)^2 + 1,8 \times 5,3 + 2 = 3,113$. Le ballon rebondit sur le panneau.

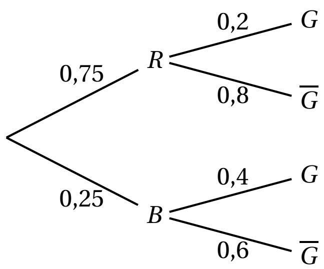
EXERCICE 4 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, ***une seule des quatre réponses proposées est correcte.***
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Une urne contient 15 jetons rouges et 5 jetons bleus. 20 % des jetons rouges sont gagnants et 40 % des jetons bleus sont gagnants. Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne. On note :

- R l'événement : « Le jeton est rouge ».
- B l'événement : « Le jeton est bleu ».
- G l'événement : « Le jeton est gagnant ».

La situation peut être modélisée par l'arbre de probabilité ci-dessous :



1. La probabilité que le jeton soit bleu est :
   - $\cancel{0,75}$
   - $\boxed{0,25}$
   - $\cancel{0,4}$
   - $\cancel{0,6}$

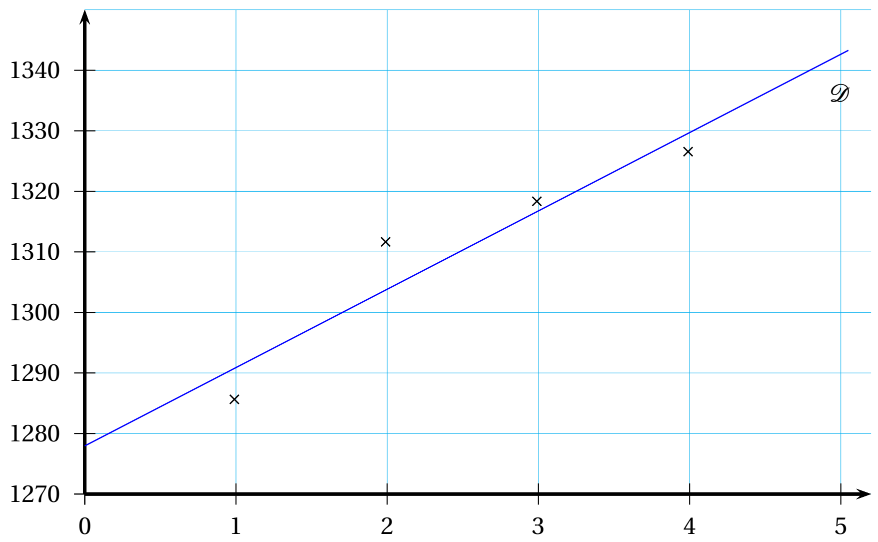
2. $p(R \cap G) =$
   - $\cancel{0,05}$
   - $\cancel{0,45}$
   - $\boxed{0,15}$
   - $\cancel{0,95}$

3. La probabilité que le jeton soit gagnant est :
   - $\cancel{0,2}$
   - $\cancel{0,6}$
   - $\boxed{0,25}$
   - $\cancel{0,75}$

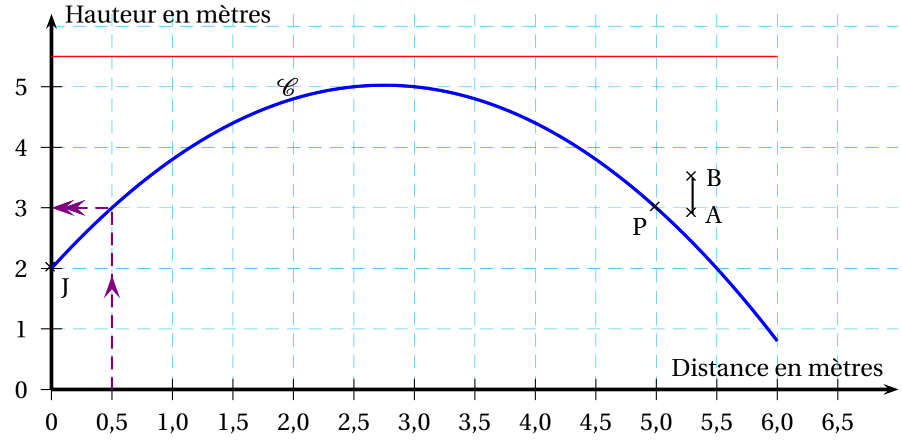
4. Une machine fabrique plusieurs milliers de ces jetons par jour. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque jeton, associe son diamètre en millimètres.
   On admet que X suit la loi normale d'espérance 20 et d'écart-type 0,015. Les jetons sont acceptables si leurs diamètres appartiennent à l'intervalle $[19,98\,;\,20,02]$.
   La probabilité qu'un jeton pris au hasard dans la production soit acceptable, arrondie à 10^{-3}, est :
   - $\boxed{0,818}$
   - $\cancel{4,84 \times 10^{-4}}$
   - $\cancel{0,182}$
   - $\cancel{0}$

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1



EXERCICE 3



Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'**A. P. M. E. P.**, merci.