Corrigé du baccalauréat STMG Pondichéry 22 avril 2016

EXERCICE 1 **5 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Le tableau ci-dessous donne l'émission moyenne de CO_2 (exprimée en grammes de CO_2 par km) des voitures particulières neuves, immatriculées chaque année en France, entre 1995 et 2013.

Année	1995	2000	2005	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	0	5	10	12	13	14	15	16	17	18
Émission moyenne de CO_2 : y_i	173	162	152	149	140	133	130	127	124	117

Source : ADEME

Partie A

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté page 5 en **annexe à rendre avec la copie**.

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés est $y = -3{,}08x + 177{,}7$.

   Les coefficients sont arrondis au centième.

2. On décide de modéliser l'évolution de l'émission moyenne y de CO_2 en fonction du rang x de l'année par la relation $y = -3,1x + 177,7$.

   On note D la droite d'équation $y = -3,1x + 177,7$.

   a. La droite D est tracée dans le repère donné **en annexe à rendre avec la copie page** 5.

   b. Le règlement européen du 10 mars 2014 fixe un objectif d'émissions moyennes d'au maximum 95 grammes de CO_2 par km en 2020 pour les voitures particulières neuves.

   Selon ce modèle, la France n'atteindra pas cet objectif.

   En 2020, le rang de l'année est 25, en remplaçant x par cette valeur dans l'équation de la droite, nous obtenons $y = -3{,}1 \times 25 + 177{,}7 = 100{,}2$. Ce résultat est supérieur à 95.

Partie B

À partir des données fournies dans le tableau :

1. Calculons le taux global d'évolution des émissions moyennes de CO_2 des voitures particulières neuves entre 1995 et 2013.

   Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $T = \dfrac{117 - 173}{173} \approx -0{,}3237$.

   Le taux d'évolution des émissions moyennes de CO_2 des voitures particulières neuves entre 1995 et 2013 est à 0,1 % près de −32,4 %.

2. Calculons le taux moyen annuel d'évolution des émissions moyennes de CO_2 des voitures particulières neuves entre 1995 et 2013.

   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global $(1+T)$ est aussi $(1+t_m)^{18}$ puisque les émissions moyennes ont subi 18 évolutions durant cette période.

   $(1 + t_m)^{18} = 0{,}6763$ par conséquent $t_m = 0{,}6763^{\frac{1}{18}} - 1 \approx -0{,}021494$.

   Le taux moyen annuel d'évolution des émissions moyennes de CO_2 des voitures particulières neuves entre 1995 et 2013 a baissé chaque année en moyenne de 2,1 %.

Partie C

Dans cette partie, on se propose de modéliser, par une suite géométrique, l'évolution de l'émission moyenne de CO_2 (exprimée en grammes de CO_2 par km) des voitures particulières neuves immatriculées chaque année en France. On considère que celle-ci diminue de 2,1 % par an à partir de 2013.

Pour tout entier naturel n, on note u_n l'émission moyenne de CO_2 des voitures particulières neuves immatriculées dans l'année en France pour l'année $2013+n$. Ainsi $u_0 = 117$.

1. **a.** Montrons que $u_1 \approx 114,5$.
   À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur $(1+t)$. Au taux d'évolution de $-0{,}021$ correspond le coefficient multiplicateur $1-0{,}021=0{,}979$.
   $u_1 = 117 \times 0{,}979 \approx 114{,}5$.

   b. $u_2 = 114{,}5 \times 0{,}979 \approx 112{,}1$.
2. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,979 puisque chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par la raison.
3. Exprimons u_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times q^n$.
   $u_n = 117 \times 0{,}979^n$.
4. Selon ce modèle, la France ne respectera pas l'objectif européen d'émissions moyennes d'au maximum 95 grammes de CO_2 par km en 2020 pour les voitures particulières neuves.
   En 2020, le rang de l'année est 7, en calculant u_7 nous obtenons $u_7 = 117 \times 0{,}979^7 \approx 100{,}8$.
   Ce résultat est supérieur à 95.

EXERCICE 2 **7 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Dans le cadre d'une campagne de sensibilisation au tri des ordures ménagères, une enquête a été menée auprès de 1 500 habitants d'une ville, répartis de la manière suivante :

- moins de 35 ans : 25 % ;
- entre 35 et 50 ans : 40 % ;
- plus de 50 ans : 35 %.

À la question : « Triez-vous le papier ? »,

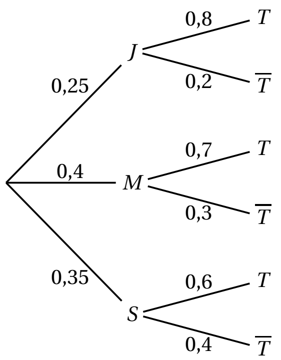
- 80 % des moins de 35 ans ont répondu « oui »,
- 70 % des personnes âgés de 35 à 50 ans ont répondu « oui »,
- 60 % des personnes de plus de 50 ans ont répondu « oui ».

Partie A

On interroge au hasard une personne parmi celles qui ont répondu à cette enquête. On considère les évènements suivants :

- J : « la personne interrogée a moins de 35 ans » ;
- M : « la personne interrogée a un âge compris entre 35 et 50 ans » ;
- S : « la personne interrogée a plus de 50 ans » ;
- T : « la personne interrogée trie le papier ».

1. En utilisant les données de l'énoncé complétons l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. **a.** $S \cap T$ est l'évènement : « la personne interrogée a plus de 50 ans et trie le papier ».

   b. Calculons la probabilité de l'évènement $S \cap T$. $p(S \cap T) = p(S) \times p_S(T) = 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}21$.
3. La probabilité de l'évènement : « la personne interrogée a moins de 35 ans et trie le papier » est notée $p(J \cap T)$. $p(J \cap T) = p(J) \times p_J(T) = 0{,}25 \times 0{,}8 = 0{,}2$
4. On note p la probabilité que la personne interrogée trie le papier. Calculons p.
   $p = p(J) \times p_J(T) + p(M) \times p_M(T) + p(S \cap T)$.
   $p = 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}41 + 0{,}28 = 0{,}69$.
   Nous obtenons bien la probabilité cherchée à savoir $p = 0{,}69$.

5. La probabilité que la personne interrogée ait moins de 35 ans sachant qu'elle trie le papier est notée $p_T(J)$.
$p_T(J) = \dfrac{p(J \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}69} \approx 0{,}2899$
La probabilité que la personne interrogée ait moins de 35 ans sachant qu'elle trie le papier est, arrondie au centième, 0,29.

Partie B

1. Dans cette question, on choisit au hasard 3 personnes parmi les 1 500 interrogées. On suppose que ce choix peut être assimilé à 3 tirages indépendants avec remise. On rappelle que la probabilité p qu'une personne interrogée trie le papier est égale à 0,69.
Calculons la probabilité, arrondie au centième, que, parmi les 3 personnes interrogées, une au moins trie le papier.
L'évènement contraire est : « parmi ces trois personnes, aucune ne trie le papier ».
La probabilité de cet évènement est $(1-0{,}69)^3 \approx 0{,}0298$.
Il en résulte que la probabilité qu'au moins une personne trie le papier est $1-0{,}0298$ soit, arrondie au centième, 0,97.
2. On considère que l'échantillon des 1 500 personnes interrogées est représentatif du comportement face au tri des déchets des habitants de cette ville.
Sachant que $p = 0,69$, estimons à l'aide d'un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 %, la proportion des habitants de cette ville qui trient le papier.
$I = \left[p - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right] \quad I = \left[0{,}69 - \dfrac{1}{\sqrt{1500}}\ ;\ 0{,}69 + \dfrac{1}{\sqrt{1500}}\right] = [0{,}664\ ;\ 0{,}716]$
La proportion des habitants de cette ville qui trient le papier peut être estimée entre 66,4 % et 71,6 % avec un niveau de confiance de 95 %.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,11]$ par : $f(x) = 0,11x^2 - 0,66x + 1,86$.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. $f'(x) = 0{,}11(2x) - 0{,}66 = 0{,}22(x-3)$.
2. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,11]$
Sur $\mathbb{R}$, $x - 3 > 0 \iff x > 3$ par conséquent si $x \in [1\ ;\ 3[$, $\quad f'(x) < 0$ et si $x \in]3\ ;\ 11]$, $f'(x) > 0$.
Étudions d'abord le sens de variation de f.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.
Sur $[1\ ;\ 3[$, $f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.
Sur $]3\ ;\ 11]$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
Dressons maintenant le tableau de variation de f sur $[1\,;\,11]$.

x	1		3		11
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de f	1,31	↘		↗	7,91
			0,87		

3. Le minimum de f est 0,87. Il est atteint pour la valeur 3.

Partie B

Le tableau ci-dessous donne les ventes annuelles (en millions) de disques vinyles aux États-Unis de 2004 à 2014.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ventes y_i	1,2	0,9	0,9	1	1,9	2,5	2,8	3,6	4,6	6,1	9,2

Source : MBW analysis/Nielsen Soundscan

On a représenté les points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le repère de **l'annexe à rendre avec la copie en page 5**.
On décide de modéliser les ventes annuelles de vinyles par la fonction f.

1. a. Complétons, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs suivant. *Les résultats sont arrondis au dixième.*

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(x)$	1,3	1	0,9	1	1,3	1,9	2,6	3,6	4,8	6,3	7,9

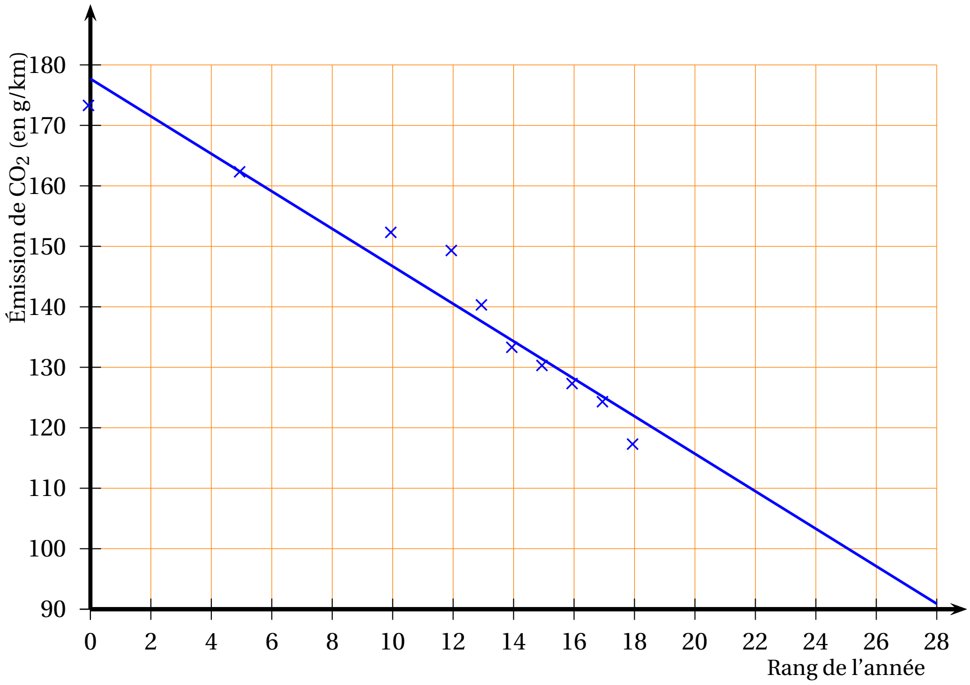
b. La représentation graphique de la fonction f est tracée dans le repère donné en annexe.

c. Le modèle semble le plus éloigné de la réalité en 2014 mais en 2008 et 2009 le modèle est assez éloigné de la réalité.

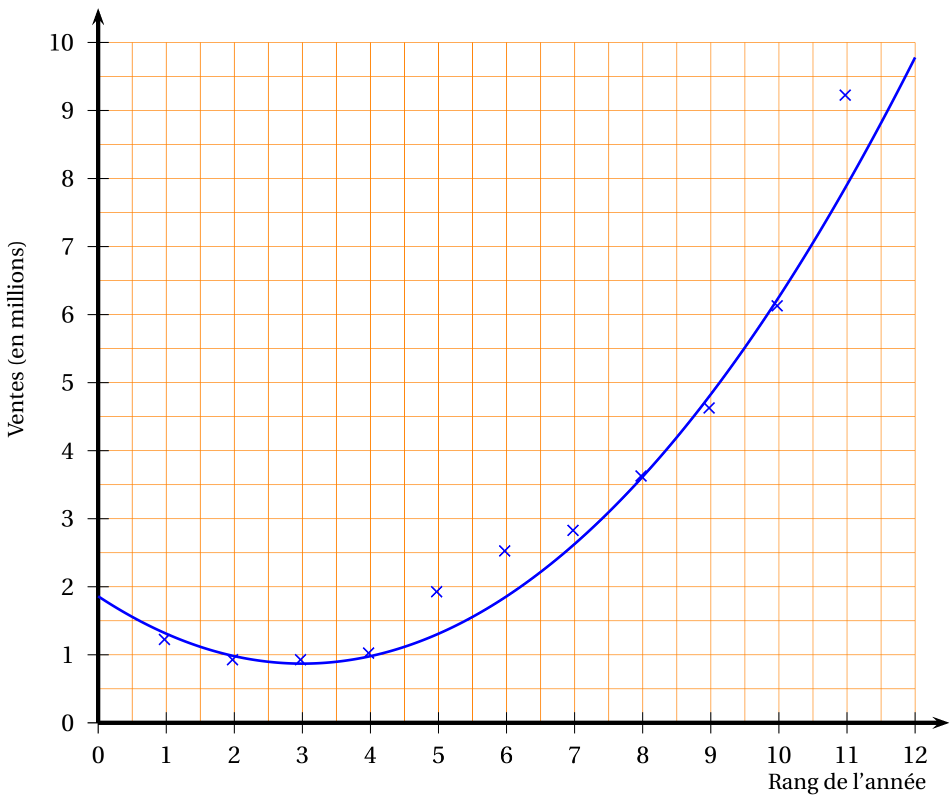
2. Estimons le nombre de ventes de vinyles en 2016.
Le rang est alors 13, $f(13) = 0{,}11 \times 13^2 - 0{,}66 \times 13 + 1{,}86 = 11{,}87$.
En 2016, nous pourrions estimer le nombre de ventes de vinyles à 11,87 millions si le modèle reste valable après 2014.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1– Partie A



EXERCICE 3– Partie B



Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'**A. P. M. E. P.**, merci.