Corrigé du baccalauréat STMG Centres étrangers [1]
13 juin 2019

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer, sur la copie, le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
La réponse correcte à chacune des questions 1 *et* 2 *rapporte un point et la réponse correcte à la question* 3 *rapporte* 2 *points.*
Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Un zoologiste étudie l'évolution de la population d'une espèce animale dans un secteur géographique délimité. Il a observé depuis 2010 que cette population diminue chaque année en moyenne de 5 %.
Le 1$^{\text{er}}$ mars 2018, la population compte 2 375 individus.
Le zoologiste émet l'hypothèse que cette baisse annuelle de 5 % va se poursuivre jusqu'en 2025.

1. Le nombre d'individus de la population au 1$^{\text{er}}$ mars 2022 est estimé, à la dizaine près, à :

a. ~~1 840~~ **b.** $\boxed{1\,930}$ **c.** ~~2 040~~ **d.** ~~2 890~~ .

2. Le nombre d'individus au 1$^{\text{er}}$ mars 2017 était de :

a. ~~2 300~~ **b.** ~~2 400~~ **c.** $\boxed{2\,500}$ **d.** ~~2 600~~ .

3. Le zoologiste souhaite connaître l'année à partir de laquelle la population aura diminué de plus de 25 % par rapport à sa valeur de 2018.

Parmi les quatre algorithmes suivants, celui pour lequel le contenu de la variable n fournit, après exécution, l'information souhaitée est :

a.

$n \leftarrow 2018$
$v \leftarrow 2375$
Tant que $v \geqslant 0,75 \times v$
$v \leftarrow v - 0,05v$
$n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

b.

$n \leftarrow 2018$
$v \leftarrow 2375$
Tant que $v \geqslant 0,75 \times 2375$
$v \leftarrow 0,95v$
$n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

c.

$n \leftarrow 2018$
$v \leftarrow 2375$
Tant que $v \leqslant 0,75 \times 2375$
$v \leftarrow 0,95v$
$n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

d.

$n \leftarrow 2018$
$v \leftarrow 2375$
Tant que $v \geqslant 0,75 \times 2375$
$v \leftarrow v - 0,05$
$n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

EXERCICE 2 **5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Une entreprise artisanale fabrique des tablettes de chocolat pâtissier pesant en moyenne 200 grammes.
Pour être commercialisable, une tablette doit peser entre 198 et 202 grammes.
Un contrôle de masse est effectué sur les tablettes fabriquées.
Celles qui ne sont pas commercialisables sont alors refondues.

PARTIE A

On modélise la masse d'une tablette (exprimée en gramme) par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 200$.
On sait que $P(198 \leqslant X \leqslant 200) = 0,34$.
Calculons la probabilité qu'une tablette soit commercialisable c'est-à-dire calculons $P(198 \leqslant X \leqslant 202)$.

1. Pondichéry

Par raison de symétrie, $P(200 \leqslant X \leqslant 202) = P(198 \leqslant X \leqslant 200)$.
Par conséquent $P(198 \leqslant X \leqslant 202) = 2 \times 0,34 = 0,68$.
La probabilité qu'une tablette soit commercialisable est de 0,68.

PARTIE B

Afin d'améliorer la proportion de tablettes de chocolat commercialisables, le fabricant met en place une nouvelle chaîne de production.
L'ancienne chaîne ne prend désormais en charge que 40 % de la production totale.
À l'issue de la fabrication, un nouveau contrôle de masse est effectué.

- Parmi les tablettes produites par l'ancienne chaîne, 68 % sont commercialisables.
- Parmi les tablettes produites par la nouvelle chaîne, 90 % sont commercialisables.

On choisit, de façon équiprobable, une tablette dans l'ensemble de la production.
On note :

A l'évènement : « la tablette choisie est produite par l'ancienne chaîne » ;
N l'évènement : « la tablette choisie est produite par la nouvelle chaîne » ;
C l'évènement : « la tablette choisie est commercialisable ».

1. Nous avons complété l'arbre pondéré donné en **annexe, à rendre avec la copie**.
2. La probabilité que la tablette choisie provienne de l'ancienne chaîne et soit commercialisable est notée $P(A \cap C)$. $P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0,4 \times 0,68 = 0,272$
3. Pour affirmer qu'au moins 80 % de la production totale de tablettes est commercialisable, calculons cette probabilité.
   $P(C) = P(A \cap C) + p(N \cap C) = 0,272 + 0,6 \times 0,9 = 0,812$
   Cette probabilité étant strictement supérieure à 0,8, l'affirmation est vraie.

EXERCICE 3 **6 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne l'évolution de la fréquentation annuelle d'un parc de loisirs entre 2010 et 2017.
La plage de cellules C4 :I4 est au **format pourcentage, arrondi au centième**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2	Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
3	Nombre de visiteurs : y_i (en million)	1,47	1,49	1,60	1,74	1,91	2,10	2,20	2,26
4	Taux d'évolution annuel		1,36 %						

Partie A

1. Une formule qui, saisie dans la cellule C4, permet d'obtenir par recopie vers la droite les taux d'évolution annuels successifs de la ligne 4 est : =(C\$3 − B\$3)/B\$3.
2. Calculons, au centième près, le taux d'évolution global du nombre de visiteurs du parc entre les années 2012 et 2015.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{2,1 - 1,6}{1,6} = 0,3125$.
   Le taux global d'évolution du nombre de visiteurs du parc entre 2012 et 2015 exprimé en pourcentage est de 31,25 %.
3. Calculons le taux d'évolution annuel moyen du nombre de visiteurs du parc entre 2012 et 2015.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^3$ puisque le nombre de visiteurs subi 3 évolutions durant cette période.
   $(1 + t_m)^3 = \dfrac{2,1}{1,6} = 1,3125$ par conséquent $t_m = 1,3125^{1/3} - 1 \approx 0,09487$.
   Le taux d'évolution moyen annuel du nombre de visiteurs du parc entre 2012 et 2015, arrondi à 0,1 %, est égal à 9,5 %.

Partie B

On considère le nuage des points dont les coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ figurent dans le tableau, de 2010 à 2017.

1. Pour ce nuage de points, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est, obtenue par la calculatrice, est $y = 0,128x + 1,398$. *Les coefficients sont arrondis au millième.*

Pour la suite de l'exercice, on prendra comme droite d'ajustement la droite d'équation :

$$y = 0{,}13x + 1{,}40$$

2. Donnons, à l'aide de cet ajustement, une estimation du nombre de visiteurs du parc de loisirs pour l'année 2019. En 2019 n=9. Remplaçons x par 9 dans l'équation de la droite. $y = 0{,}13 \times 9 + 1{,}40 = 2{,}57$.

Selon ce modèle, une estimation du nombre de visiteurs du parc en 2019 sera d'environ 2,57 millions.

3. Grâce à ce modèle, estimons l'année à partir de laquelle la fréquentation annuelle atteindra au moins 2 750 000 visiteurs. Pour ce faire, résolvons $0{,}13x + 1{,}40 \geqslant 2{,}75$.

$0{,}13x + 1{,}40 \geqslant 2{,}75 \quad ; \quad 0{,}13x \geqslant 2{,}75 - 1{,}40 \quad ; \quad x \geqslant \dfrac{2{,}75 - 1{,}40}{0{,}13}$

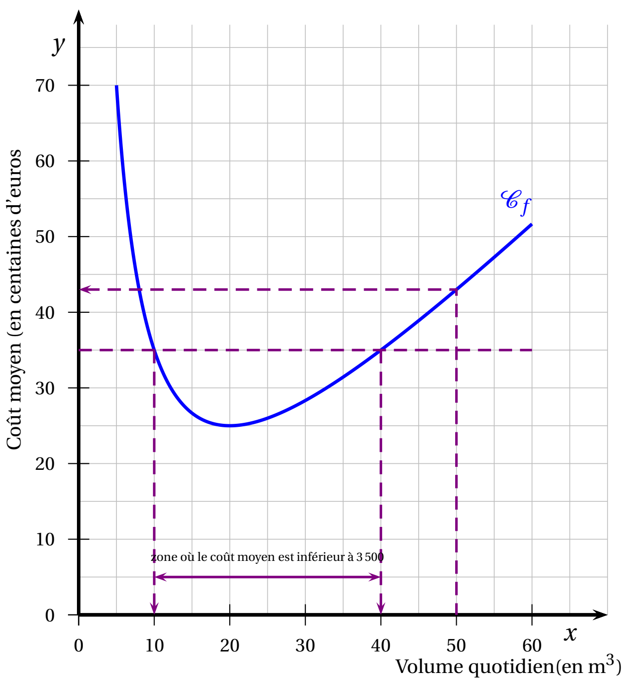
$\dfrac{2{,}75 - 1{,}40}{0{,}13} \approx 10{,}385$. Nous prendrons donc $x = 11$. L'année à partir de laquelle, selon ce modèle, la fréquentation annuelle atteindra au moins 2 750 000 visiteurs est 2021.

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide.
Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre 5 m^3 et 60 m^3.
Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$ par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3. La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



PARTIE A

1. Le coût moyen quotidien pour la production de 50 m^3 d'engrais est $f(50)$.

$f(50) = 50 - 15 + \dfrac{400}{50} = 35 + 8 = 43$, soit 4 300 €.

On lit également sur la représentation graphique de f que l'image de 50 est environ 43 avec la même conclusion.

2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à 3 500 € ? Pour ce faire, résolvons $f(x) \leqslant 35$.

$x - 15 + \dfrac{400}{x} \leqslant 35 \quad ; \quad x - 50 + \dfrac{400}{x} \leqslant 0 \quad ; \quad \dfrac{x^2 + 50x + 400}{x} \leqslant 0$ et enfin $x^2 + 50x + 400 \leqslant 0$, car $x > 0$.

$x^2 - 50x + 400$ est un trinôme du second degré. Calculons le discriminant. $\Delta = 50^2 - 4 \times 1 \times 400 = 900$.

$\Delta > 0$ le trinôme admet deux racines

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ soit $x_1 = \dfrac{50-\sqrt{900}}{2} = 10$. $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ soit $x_2 = \dfrac{50+\sqrt{900}}{2} = 40$.
Il faut donc résoudre $(x-10)(x-40) \leqslant 0$.
On sait que $(x-10)(x-40) \geqslant 0$, sauf sur l'intervalle $[10\,;40]$
L'ensemble des solutions de l'inéquation sur l'intervalle $[5\,;60]$ est $[10\,;40]$.
L'entreprise, pour avoir des coûts moyens inférieurs à 3 500 €, doit fabriquer entre 10 et 40 m^3 d'engrais.

PARTIE B

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[5\,;60]$. On note f' sa fonction dérivée.

1. Montrons que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5\,;60]$, $f'(x) = \dfrac{x^2-400}{x^2}$.
$f'(x) = 1 - \dfrac{400}{x^2} = \dfrac{x^2-400}{x^2}$

2. Étudions le signe de x^2-400, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5\,;60]$.
$x^2-400 = x^2-20^2 = (x+20)(x-20)$
Sur $[5\,;\,60]$ $\quad x+20>0$
Sur $\mathbb{R}$, $x-20>0 \iff x>20$, par conséquent sur $[5\,;\,20[$ $x-20<0$ et sur $]20\,;\,60]$ $x+20>0$.
Il en résulte aussi que sur $[5\,;\,20[$ $x^2-400<0$ et sur $]20\,;\,60]$ $x^2-400>0$.

3. Étudions les variations de la fonction f sur l'intervalle $[5\,;60]$.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x)<0$ alors f est strictement décroissante sur I.
Sur $[5\,;\,20[$, $f'(x)<0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x)>0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.
Sur $]20\,;\,60]$, $f'(x)>0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

4. Le coût moyen quotidien de production est minimal pour un volume d'engrais fabriqué de 20 m^3.
Ce coût moyen minimal est égal à 2 500 €.

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 2