∽ Corrigé Baccalauréat STMG Métropole-La Réunion ∾ 10 septembre 2019

EXERCICE 1 **6 points**

La puissance électrique, exprimée en mégawatt (MW), que peut délivrer l'ensemble des éoliennes terrestres installées en France, s'appelle « puissance éolienne installée ». La feuille de calcul d'un tableur reproduite ci-dessous contient les valeurs de la « puissance éolienne installée terrestre », exprimée en mégawatt (MW), en France depuis 2010.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Puissance : y_i	5 660	6 684	7 196	8 243	9 285	10 358	12 066	13 559			

Source : https ://eolienne.f4jr.org/production_d_electricite_eolienne consulté le 09/01/2019

PARTIE A

1. Calculons le taux d'évolution de la puissance éolienne terrestre installée en France entre 2010 et 2017.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.
   $\mathcal{T} = \dfrac{13\,559 - 5\,660}{5\,660} \approx 1{,}395\,58$.
   Le taux global d'évolution de la puissance éolienne terrestre installée en France entre 2010 et 2017 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 % est de 139,56 %.
2. Calculons le taux d'évolution moyen annuel entre 2010 et 2017.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^7$ puisque la puissance éolienne terrestre installée en France entre 2010 et 2017 a subi 7 évolutions durant cette période.
   $(1+t_m)^7 = \dfrac{13\,559}{5\,660} \approx 2{,}395\,58$ par conséquent $t_m = 2{,}395\,58^{\frac{1}{7}} - 1 \approx 0{,}132\,926$.
   Le taux d'évolution moyen annuel de la puissance éolienne terrestre installée en France entre 2010 et 2017, arrondi à 0,01 %, est égal à 13,29 %.

PARTIE B

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est donnée en **annexe, à rendre avec la copie**.
On décide de modéliser cette évolution par un ajustement affine.

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite qui réalise un ajustement affine du nuage de points, de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 1\,104{,}65x + 5\,267{,}58$. *Les coefficients sont arrondis au centième.*
2. Dans la suite du problème on décide d'ajuster le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ par la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 1\,104x + 5\,268$.
   Déterminons les coordonnées de deux points de cette droite. Prenons par exemple $x = 3$ par conséquent $y = 1\,104 \times 3 + 5\,268 = 8\,580$ et $x = 8$ d'où $y = 1\,104 \times 8 + 5\,268 = 14100$, puis construisons cette droite sur le graphique donné **en annexe, à rendre avec la copie**.

PARTIE C

Pour tout entier naturel n, on note un la puissance éolienne terrestre, exprimée en MW, installée en France lors de l'année $2017 + n$.
On fait l'hypothèse que la puissance éolienne installée augmente chaque année de 13 % à partir de 2017.

1. Une formule que l'on peut saisir dans la cellule J3 de la feuille de calcul représentée ci-dessus pour obtenir la puissance éolienne installée en 2018, puis par recopie vers la droite, la puissance éolienne installée jusqu'en 2020 est = I$3*1,13
2. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,13u_n$.
3. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,13 et de premier terme $u_0 = 13\,559$ puisque nous passons d'un terme au suivant en le multipliant par un même nombre 1,13.
4. On considère l'algorithme suivant :

$N \longleftarrow 2017$
$U \longleftarrow 13\,559$
Tant que $U < 26\,000$
  $N \longleftarrow N+1$
  $U \longleftarrow U \times 1{,}13$
Fin Tant que

a. Exécutons l'algorithme. Les valeurs de U sont arrondies à l'unité.

n	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2223	2024
U	13 559	15 322	17 313	19 564	22 108	24 982	28 229	
U<26 000	Faux	Faux	Faux	Faux	Faux	Faux	Vrai	

Les variables N et U après exécution de cet algorithme contiennent respectivement 2023 et 28 229.

b. Ces valeurs dans le contexte de l'exercice correspondent à l'année à partir de laquelle la puissance éolienne terrestre installée en France dépassera 26 000 MW.

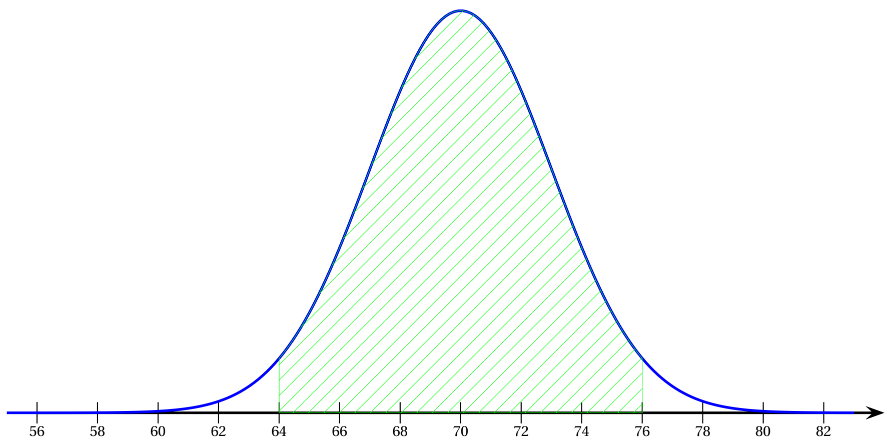
PARTIE D

La loi de transition énergétique du 18 août 2015 fixe qu'en 2023 la puissance éolienne terrestre installée doit atteindre au moins 26 000 MW.
Cet objectif est atteint selon le modèle étudié dans la partie **C**.
Il ne peut l'être selon le modèle de la partie **B** car en 2023 $n = 13$, donc en remplaçant x par 13 dans l'équation de la droite, nous trouvons $y = 1\,104 \times 13 + 5268 = 19620$ c'est-à-dire une valeur nettement inférieure à 26 000.

EXERCICE 2 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Pour chaque question, indiquer la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte un point.
Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse, ne rapporte ni n'enlève de point.

Une variable aléatoire X suit une loi normale telle que $P(X \leqslant 70) = 0{,}5$ et $P(64 \leqslant X \leqslant 76) = 0,954$. On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la densité de cette loi normale, dont on note respectivement μ et σ l'espérance et l'écart-type.



1. La valeur de μ est :

a. $\cancel{0{,}954}$ **b.** $\cancel{3}$ **c.** $\boxed{70}$ **d.** $\cancel{0{,}5}$.

2. Parmi les valeurs ci-dessous, la plus proche de σ est :

a. $\cancel{6}$ **b.** $\boxed{3}$ **c.** $\cancel{0{,}954}$ **d.** $\cancel{70}$.

3. $P(70 \leqslant X \leqslant 76)$ est égal à :

a. $\cancel{0{,}954}$ **b.** $\cancel{0{,}454}$ **c.** $\boxed{0,477}$ **d.** $\cancel{0{,}023}$.

4. $P(X \geqslant 76)$ est égal à :

a. $\cancel{P(X < 76)}$ **b.** $\cancel{P(X \leqslant 64)}$ **c.** $\boxed{P(X < 64)}$ **d.** $\cancel{0{,}954}$.

Exercice 3 **5 points**

Suite à une étude de l'Institut National des Études Démographiques (INED), on estime qu'en janvier 2018 les personnes de moins de 20 ans représentaient 24 % de la population totale en France métropolitaine.

Parmi ces personnes de moins de 20 ans, 51 % sont des hommes.
Parmi les personnes de 20 ans et plus, 53 % sont des femmes.

Source : https ://www.ined.fr/fr/tout-savoir-population/chiffres/france/structure-population/population-ages/ (consultée le 2 septembre 2018)

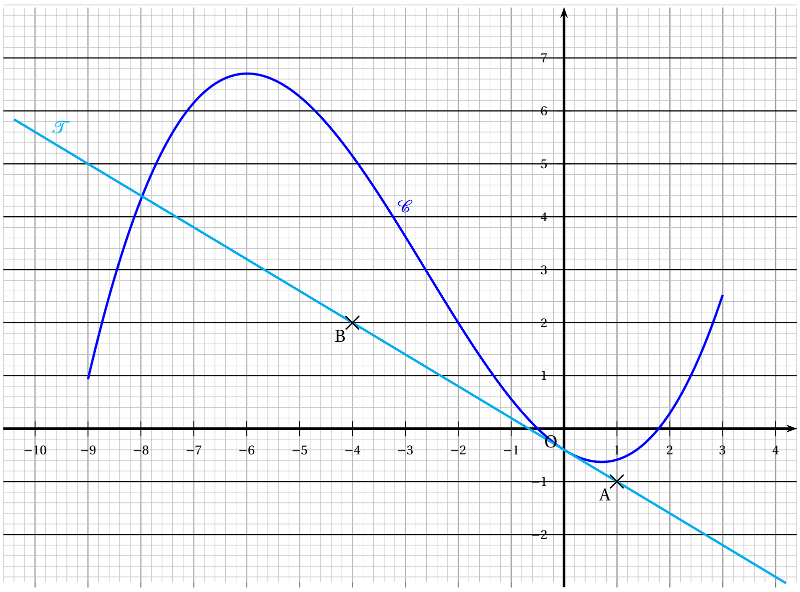
On définit les évènements suivants :
A : « un individu choisi au hasard en France métropolitaine a moins de 20 ans » ;
B : « un individu choisi au hasard en France métropolitaine est une femme ».

1. Complétons l'arbre pondéré donné **en annexe, à rendre avec la copie**.
2. L'évènement $\overline{A} \cap B$ est l'événement défini par : « L'individu choisi est une femme âgée de plus de vingt ans ». Sa probabilité est $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(B) = 0,76 \times 0,53 = 0,4028$.
3. Calculons la probabilité $P(A \cap B)$.
$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,24 \times 0,49 = 0,1176$.
4. Calculons la probabilité qu'un individu choisi au hasard en France métropolitaine soit un homme :
A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. $P\left(\overline{B}\right) = P\left(A \cap \overline{B}\right) + P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = P(A) \times P_A\left(\overline{B}\right) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}\left(\overline{B}\right)$.
$P\left(\overline{B}\right) = 0,24 \times 0,51 + 0,76 \times 0,47 = 0,4796$.
Remarque : Nous aurions pu choisir de calculer d'abord la probabilité de l'événement contraire c'est-à-dire la probabilité que ce soit une femme. $P(B) = 0,4028 + 0,1176 = 0,5204$. Par conséquent la probabilité que ce soit un homme est $1 - 0,5204 = 0,4796$.
5. Parmi la population masculine de France métropolitaine, quelle est la proportion des moins de 20 ans ?
La probabilité que l'individu choisi ait moins de vingt ans sachant que c'est un homme est notée $P_{\overline{B}}(A)$.
$P_{\overline{B}}(A) = \dfrac{P\left(\overline{B} \cap A\right)}{P\left(\overline{B}\right)} = \dfrac{0,51 \times 0,24}{0,4796} \approx 0,2552$
Parmi la population masculine de France métropolitaine, la proportion des moins de 20 ans est d'environ 25,5 %.

Exercice 4 **(5 points)**

Cet exercice est un VRAI ou FAUX. Toute réponse devra être justifiée. Toute trace de recherche pourra être valorisée. Une bonne réponse, ***correctement justifiée****, rapporte un point. Un calcul ou une lecture graphique soigneusement expliquée peuvent convenir. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.*

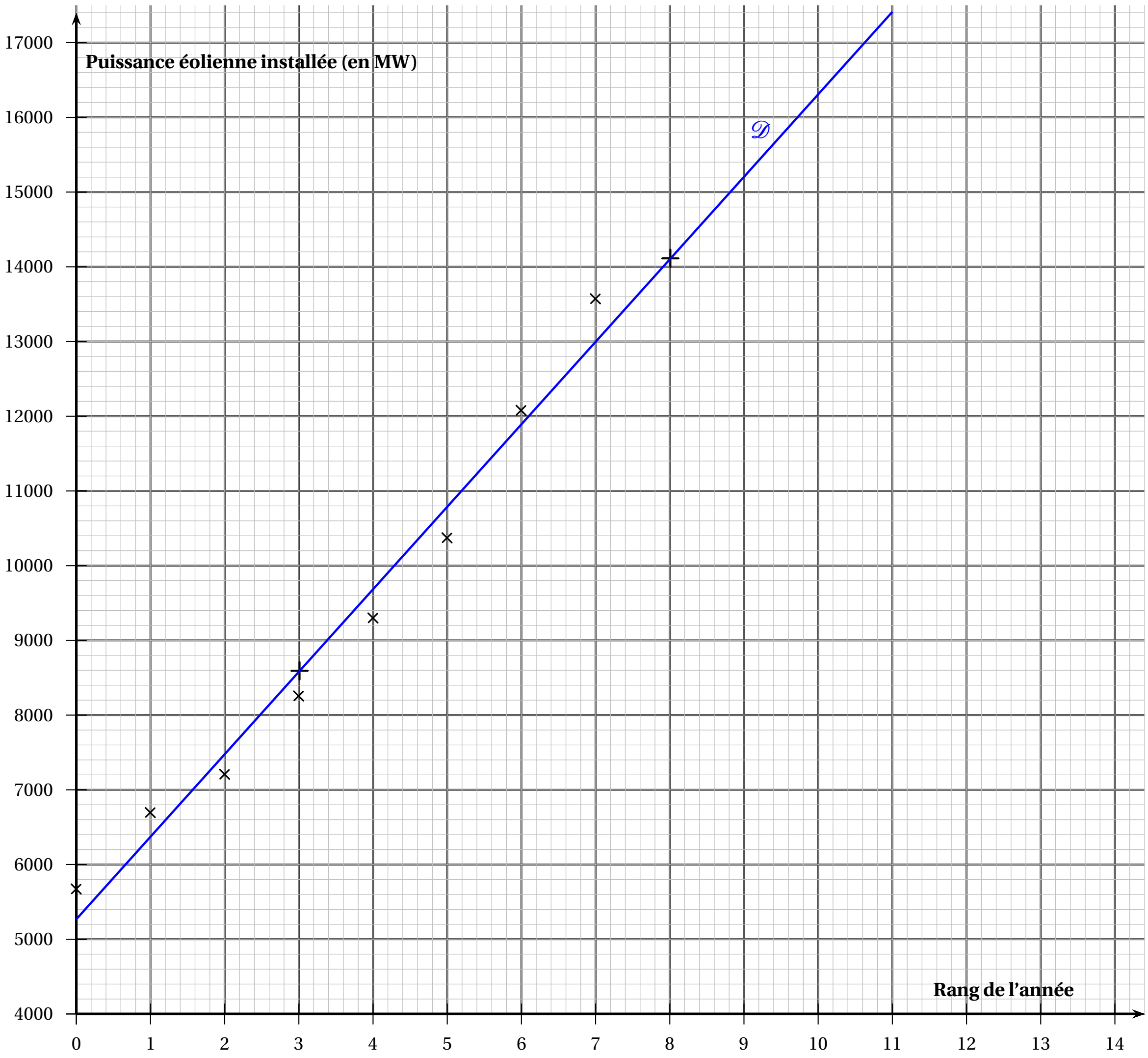
La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-9 ; 3]$. On note f' sa fonction dérivée.
La droite $\mathcal{T}$ représente la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
On admet que la droite $\mathcal{T}$ passe par les points A et B de coordonnées respectives $(1 ; -1)$ et $(-4 ; 2)$.



1. L'équation $f(x) = 0$, d'inconnue x, admet exactement une solution dans l'intervalle $[-9 ; 3]$.
   L'affirmation est **fausse** car la courbe coupe l'axe des abscisses en deux points l'un d'abscisse $-0,6$ et l'autre en 1,7 avec la précision permise par le graphique.
2. L'équation $f'(x) = 0$, d'inconnue x, admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-9 ; 3]$.
   L'affirmation est **vraie** car en deux points la tangente à la courbe semble parallèle à l'axe des abscisses. Avec la précision permise par le graphique les tangentes semblent parallèles à l'axe des abscisses en -6 et en 0,7.
3. $f'(0) = -0,6$.
   L'affirmation est **vraie** car le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \dfrac{2-(-1)}{-4-1} = \dfrac{-3}{5} = -0{,}6$. Comme cette droite est tangente en O à la courbe nous avons bien $f'(0) = -0{,}6$
4. L'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$ est $y = 3x - 1$.
   L'affirmation est **fausse**. Nous avons montré à la question précédente que le coefficient directeur était $-0{,}6$ par conséquent différent de 3.
5. La dérivée de f est positive sur $[1 ; 2]$.
   L'affirmation est **vraie** car sur cet intervalle, la fonction est croissante.

ANNEXE
À rendre avec la copie

EXERCICE 1 – PARTIE A



EXERCICE 3