Corrigé du baccalauréat Sciences et Technologies de l'Hôtellerie et de la Restauration

Nouvelle Calédonie 27 novembre 2018

EXERCICE 1 **9 points**

Partie A

Léa et Jonathan étudient l'évolution du chiffre d'affaires (C.A.) de leur hôtel sur les cinq dernières années. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
C.A. : y_i (en milliers d'euros)	92	99	103	107	112

Léa décide de réaliser une estimation du chiffre d'affaires à l'aide d'un ajustement affine. Le nuage de points associé à la série statistique $(x_i \,;\, y_i)$ est représenté dans le repère donné en **annexe 1 à rendre avec la copie.**

1. À l'aide de la calculatrice une équation de la droite réalisant un ajustement affine de ce nuage de points obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 4{,}8x + 88{,}2$
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 5x + 88$.
   a. La droite D est tracée dans le repère fourni en **annexe 1 à rendre avec la copie**.
   b. Graphiquement une estimation du chiffre d'affaires en 2021 est, avec la précision due au graphique, d'environ 133 milliers d'euros. Nous lisons l'ordonnée du point d'abscisse 9 appartenant à la droite D.
   c. À l'aide de cet ajustement, calculons une estimation du chiffre d'affaires en 2024. Pour ce faire, remplaçons x par 12, rang de l'année de 2024, dans l'équation de la droite.
   $y = 5 \times 12 + 88 = 148$.
   Une estimation du chiffre d'affaires en 2024 est de 148 milliers d'euros.
3. Jonathan estime qu'il faudra embaucher du personnel quand le chiffre d'affaires dépassera les 140 milliers d'euros. En utilisant l'ajustement affine, déterminons en quelle année cette embauche pourra avoir lieu. Résolvons $5x + 88 > 140$
   $5x + 88 > 140$; $\quad 5x > 140 - 88$; $\quad x > \dfrac{52}{5}$; $\quad x > 10{,}4$.
   Le plus petit entier supérieur à 10,4 est 11 , par conséquent en 2023, année de rang 11, une embauche pourra avoir lieu.

Partie B

1. Déterminons le taux d'évolution global, arrondi à 0,01 % du chiffre d'affaires entre 2013 et 2017.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{112 - 92}{92} \approx 0{,}2174$.
   En pourcentage, arrondi à 0,01 %, le taux d'évolution global est de 21,74 %.
2. Montrons que le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires entre 2013 et 2017 est de 5,04 % arrondi à 0,01 %.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^4$ puisque le chiffre d'affaires a subi 4 évolutions durant cette période.
   $(1 + t_m)^4 = \dfrac{112}{92} \approx 1{,}2174$ par conséquent $t_m = 1{,}2174^{1/4} - 1 \approx 0{,}0504$.
   Le taux d'évolution moyen annuel du chiffre d'affaires entre 2013 et 2017, arrondi à 0,01 %, est égal à 5,04 %.

3. Léa et Jonathan, en apprenant que la France a obtenu l'organisation des Jeux Olympiques de 2024, estiment que la modélisation effectuée dans la partie A est trop prudente.

On suppose à présent que le chiffre d'affaires augmente de 5 % par an à partir de 2017.

Suivant ce modèle, on note u_n le chiffre d'affaires en milliers d'euros pour l'année $2017+n$, où n est un entier naturel. Ainsi, $u_0 = 112$.

À une augmentation de 5 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,05.

a. $u_1 = 112 \times 1{,}05 = 117{,}6$.

b. Passant d'un terme au suivant en le multipliant par 1,05 la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 112.

c. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est :
$u_n = u_0 \times (q)^n$. Donc ici $u_n = 112 \times (1{,}05)^n$.

d. Déterminons le chiffre d'affaires prévu en 2024. En 2024, $n = 7$. Calculons u_7.
$u_7 = 112 \times (1{,}05)^7 \approx 157{,}6$.
En 2024, une estimation du chiffre d'affaires est de 157,6 milliers d'euros.

EXERCICE 2 — 7 points

Une enquête a été réalisée dans une entreprise sur les habitudes alimentaires des salariés. Dans cette entreprise, on distingue trois types de salariés : des agents de maîtrise, des ouvriers et des cadres.
Parmi les résultats obtenus, on peut remarquer que :

- 25 % des salariés interrogés sont des agents de maîtrise et parmi ceux-ci 80 % déjeunent au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise.
- L'entreprise compte 65 % d'ouvriers et parmi ceux-ci 88 % déjeunent au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise.
- Parmi les cadres, 50 % déjeunent au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On choisit au hasard un salarié de l'entreprise. On considère les évènements suivants :

- O : « Le salarié interrogé est un ouvrier ».
- M : « Le salarié interrogé est un agent de maîtrise ».
- C : « Le salarié interrogé est un cadre ».
- R : « Le salarié interrogé déjeune au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, nous avons complété l'arbre de probabilité donné en **annexe 2 à rendre avec la copie.**

2. $O \cap R$ est l'événement : « Le salarié interrogé est un ouvrier et déjeune au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise ».

$P(O \cap R) = P(O) \times P_O(R) = 0{,}65 \times 0{,}88 = 0{,}572$.

3. Justifions que $P(R) = 0,822$.

Les événements O, M et C forment une partition de l'univers.

$P(R) = P(O) \times P_O(R) + P(M) \times P_M(R) + P(C) \times P_C(R) = 0{,}65 \times 0{,}88 + 0{,}25 \times 0{,}8 + 0{,}1 \times 0{,}5$.

$P(R) = 0{,}572 + 0{,}2 + 0{,}05 = 0{,}822$.

Nous obtenons bien le résultat attendu.

4. Calculer $P_R(O)$.

$P_R(O) = \dfrac{P(R \cap O)}{P(R)} = \dfrac{0{,}572}{0{,}822} = 0{,}696$.

Cette probabilité est celle de choisir au hasard un salarié ouvrier sachant qu'il déjeune au moins une fois par semaine au restaurant d'entreprise.

Partie B

Le nombre de salariés qui mangent au restaurant d'entreprise varie chaque jour.
Le nombre de salariés déjeunant au restaurant d'entreprise est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 410$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

On arrondira les résultats au centième.

1. Calculons $P(390 \leqslant X \leqslant 430)$.

À l'aide de la calculatrice nous trouvons, $P(390 \leqslant X \leqslant 430) \approx 0{,}9545$ soit au centième 0,95.

Remarque : $390 = \mu - 2\sigma$ et $410 = \mu - 2\sigma$. $P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$

2. On ne peut pas préparer plus de 430 repas. Déterminons la probabilité qu'il n'y ait pas suffisamment de repas. Celle-ci se note $P(X \geqslant 430)$. $P(X \geqslant 430) = \dfrac{(1 - 0{,}9545)}{2} \approx 0{,}023$.

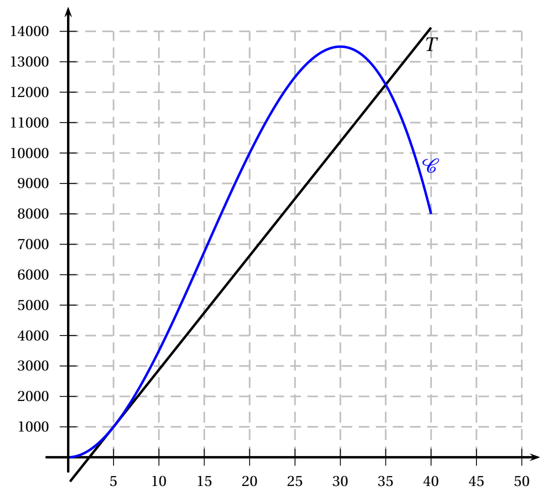
Exercice 3 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, ***une seule des quatre réponses proposées est correcte****. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.*
Les quatre questions sont indépendantes.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 45]$. La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 5.

Ce graphique sera utilisé uniquement pour les questions 1 et 2.



1. L'image de 10 par la fonction f est égale à :

a. ~~0~~	**b.** ~~2875~~	**c.** $\boxed{3500}$	**d.** ~~13500~~ .

2. $f'(5)$ est égal à :

a. ~~−1000~~	**b.** ~~0~~	**c.** $\boxed{375}$	**d.** ~~1000~~ .

3. La solution de l'équation $3^x = 5$ est :

a. $\cancel{\frac{5}{3}}$	**b.** $\cancel{\log(5) + \log(3)}$	**c.** $\cancel{\log\left(\frac{5}{3}\right)}$	**d.** $\boxed{\frac{\log 5}{\log 3}}$

4. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

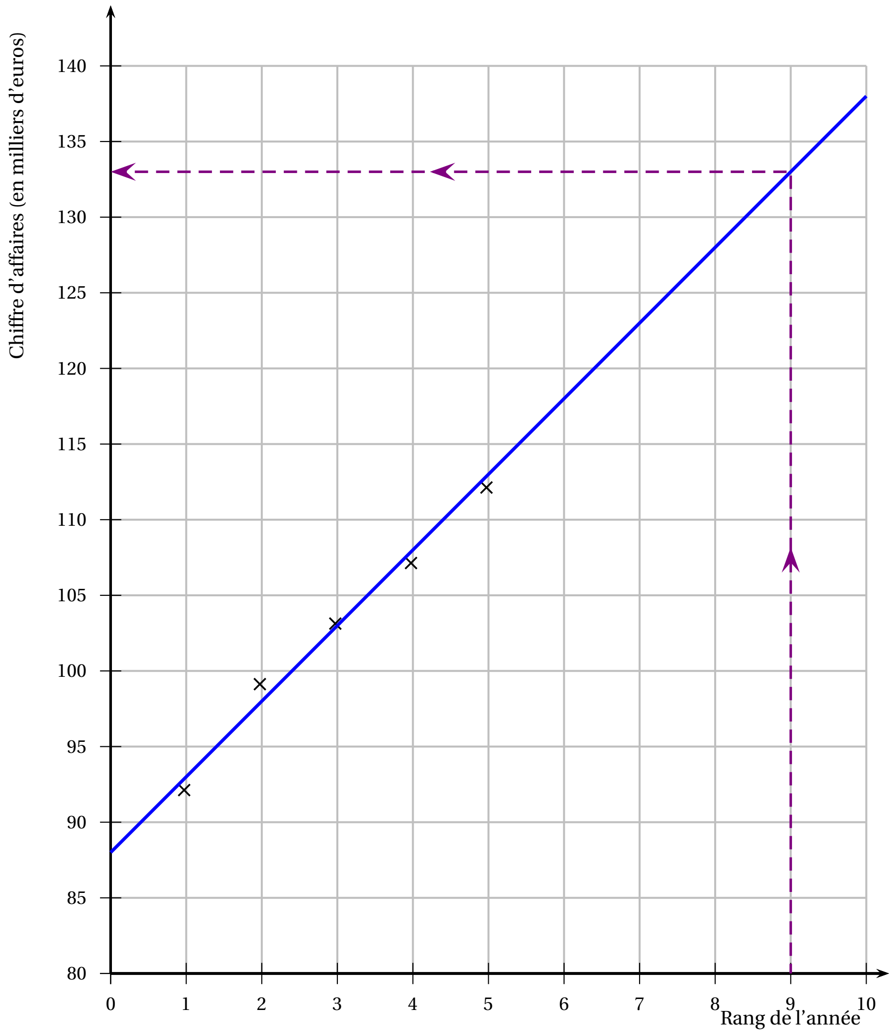
$$B(X) = 0,5x^3 - 36x^2 + 648x + 738.$$

La fonction dérivée de g est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

a. $\boxed{g'(x) = 1,5x^2 - 72x + 648}$	**b.** $\cancel{g'(x) = 3x^2 - 2x + 1}$
c. $\cancel{g'(x) = 1,5x^2 - 72x + 1386}$	**d.** $\boxed{g'(x) = 0,5x^2 - 36x + 648}$.

Annexe à rendre avec la copie

Annexe 1 : EXERCICE 1



Annexe 2 : EXERCICE 2