Corrigé du baccalauréat STHR Polynésie 20 juin 2018

EXERCICE 1 **(10 points)**

Les parties A, B et C sont indépendantes.

L'Europe accueille un grand nombre de touristes. Il en résulte des recettes importantes. Le tableau suivant donne l'évolution des recettes du tourisme en Europe entre 2012 et 2015 en milliards d'euros.

Année	2012	2013	2014	2015
Recettes (en milliards d'euros)	354,5	370,5	386,6	405,7

Source : organisation mondiale du tourisme

Partie A

1. Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

$\mathcal{T} = \dfrac{405{,}7 - 354{,}5}{354{,}5} \approx 0{,}1444$.

Le taux global d'évolution des recettes du tourisme en Europe entre 2012 et 2015 exprimé en pourcentage et arrondi à 1 % est de 14 %.

2. Calculons le taux d'évolution moyen annuel des recettes du tourisme en Europe entre 2012 et 2015 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^3$ puisque les recettes du tourisme ont subi 3 évolutions durant cette période.

$(1+t_m)^3 = \dfrac{405{,}7}{354{,}5} \approx 1{,}1444$ par conséquent $t_m = 1{,}1444^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}045$.

Le taux d'évolution moyen annuel des recettes du tourisme en Europe entre 2012 et 2015, arrondi à 0,1 %, est égal à 4,5 %.

Partie B

Dans la suite de l'exercice, on supposera qu'à partir de 2015, les recettes du tourisme en Europe continuent à augmenter de 4,5 % par an.

Pour tout entier naturel n on note u_n l'estimation des recettes du tourisme en Europe en $2015 + n$ exprimées en milliards d'euros. On a ainsi $u_0 = 405{,}7$.

1. À une augmentation de 4,5 %, correspond un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{4{,}5}{100}$ soit 1,045.

$u_1 = 405{,}7 \times 1{,}045 = 423{,}9565$. En arrondissant la valeur au dixième, $u_1 = 424{,}0$.

2. Puisque nous passons d'un terme au suivant en le multipliant par le même nombre, la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,045 et de premier terme $u_0 = 405{,}7$.

3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.

Pour tout entier naturel n, $u_n = 405{,}7 \times (1{,}045)^n$.

4. Calculons une estimation des recettes du tourisme en Europe en 2020.

En 2020, $n = 5$, $u_5 = 405{,}7 \times (1{,}045)^5 \approx 505{,}576$.

Une estimation des recettes du tourisme en Europe en 2020 est, en milliards d'euros, arrondies au dixième, de 505,6.

5. **a.** Complétons l'algorithme donné dans **l'annexe 1 à rendre avec la copie** qui calcule le nombre d'années nécessaires à partir de 2015 pour que les recettes du tourisme en Europe dépassent 550 milliards d'euros.

b. La valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme est 7

n	5	6	7	8
u	505,6	528,3	552,1	
	vraie	vraie	fausse	

Partie C

En 2015, d'après l'organisation mondiale du tourisme, parmi les touristes venus en Europe, 14 % sont venus en France.
Parmi les touristes qui sont venus en France, 26 % ont dépensé plus de 900 euros pour leur séjour.
Parmi les touristes qui ne sont pas venus en France, 15 % ont dépensé plus de 900 euros pour leur séjour.
On choisit au hasard un touriste venu en Europe et on considère les événements suivants :

- F : « le touriste a choisi comme destination la France. »
- A : « le touriste a dépensé plus de 900 € pour son séjour. »

1. Nous avons complété l'arbre pondéré donné dans **l'annexe 2 à rendre avec la copie.**
2. $p(\overline{F} \cap A) = p(\overline{F}) \times p_{\overline{F}}(A) = 0{,}86 \times 0{,}15 = 0{,}129$.
3. La probabilité que le touriste ait dépensé plus de 900 euros pour son séjour est notée $p(A)$.
   $p(A) = p(F) \times p_F(A) + p(\overline{F}) \times p_{\overline{F}}(A) = 0{,}14 \times 0{,}26 + 0{,}129 = 0{,}1654$

EXERCICE 2 (10 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Un hôtel situé à Saint Gilles Croix de Vie cherche à attirer une nouvelle clientèle durant le week-end. Pour cela, le responsable commercial a décidé de mettre en place une offre « week-end détente » qui inclut une chambre pour une nuit et de nombreuses autres options.
Depuis 2012, le responsable a testé plusieurs prix pour cette offre en fonction des options proposées. Voici les résultats obtenus :

Prix proposé (en €) : x_i	150	180	200	250	270
Nombre d'offres « week-end » vendues : y_i	130	111	97	70	57

Partie A

On a représenté dans le repère orthogonal donné en **annexe 3 à rendre avec la copie** le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.

1. Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
   Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.
   $$\overline{x}_G = \frac{150+180+200+250+270}{5} = 210 \quad \overline{y}_G = \frac{130+111+97+70+57}{5} = 93$$
   G (210 ; 93)
2. **a.** L'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $y = -0{,}6x + 219$.
   b. Cette droite d'ajustement est tracée et le point moyen G placé dans le repère de **l'annexe 3 à rendre avec la copie.**
3. À l'aide de cet ajustement, donnons une estimation du nombre d'offres vendues si le prix de l'offre « week-end détente » est fixé à 220 euros.
   Pour ce faire, remplaçons x par 220 dans l'équation de la droite. $y = -0{,}6 \times 220 + 219 = 87$.
   Une estimation possible, selon ce modèle, du nombre d'offres vendues est 87.

Partie B

Le nombre d'offres « week-end détente » vendues en fonction du prix fixé est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[100;300]$ par $f(x) = -0{,}6x + 219$ où x est le prix de l'offre, exprimé en euros.

1. Calculons la recette réalisée par cet hôtel si le prix de l'offre est fixé à 240 €.
   Calculons d'abord le nombre d'offres « week-end détente » vendues au prix de 240€.
   $f(240) = -0{,}6 \times 240 + 219 = 75$.
   Ce nombre d'offres vendues engendre une recette de 240×75 soit 18 000€.

2. On note $R(x)$ la recette réalisée par l'hôtel si le prix de l'offre est fixé à x euros. On admet alors que

$$R(x) = -0,6x^2 + 219x$$

Le responsable commercial de l'hôtel souhaite étudier cette fonction R afin d'en déduire le prix de l'offre le plus avantageux.

a. La fonction R', fonction dérivée de la fonction R est définie par

$$R'(x) = -0{,}6(2x) + 219 = -1{,}2x + 219.$$

b. Étudions le signe de $R'(x)$ sur l'intervalle $[100\ ;\ 300]$.

Sur $\mathbb{R}$, $-1{,}2x + 219 > 0 \iff x < \dfrac{219}{1{,}2}$ soit $x < 182{,}5$

Si $x \in [100\ ;\ 182{,}5[$ $R'(x) > 0$ si $x \in]182{,}5\ ;\ 300]$, $R'(x) < 0$.

c. Étudions la variation de R.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

Sur $[100\ ;\ 182{,}5[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.

Sur $]182{,}5\ ;\ 300[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation de la fonction R sur l'intervalle $[100\ ;\ 300]$.

x	100		182,5		300
Signe de $R'(x)$		+	0	−	
Variation de R	15900	↗	19983,75	↘	11700

d. R admet un maximum en 182,5 par conséquent le prix de l'offre à fixer pour que la recette soit maximale est de 182,5 €. Cette recette maximale vaut alors 19 983,75 €.

Partie C

Un couple habitant Paris a découvert l'offre « week-end détente » sur le site internet de l'hôtel et décide donc de se rendre le week-end suivant à Saint Gilles Croix de Vie. Ne possédant pas de voiture, le couple décide de faire du covoiturage pour s'y rendre. Voici les différents parcours proposés sur un site de covoiturage et les montants associés.

Parcours	Montant en euros
Paris → Le Mans	25
Paris → Cholet	30
Paris → Nantes	40
Le Mans→ Cholet	10
Le Mans →La Roche–sur–Yon	20
Cholet → La Roche–sur–Yon	13
Nantes → Saint–Gilles–Croix–de–Vie	17
La Roche–sur–Yon → Saint–Gilles–Croix–de–Vie	8

1. Le graphe pondéré de l'**annexe 4 à rendre avec la copie** est complété avec les données du tableau ci-dessus.

2. Le parcours le moins cher pour ce couple souhaitant aller de Paris à Saint–Gilles–Croix–de–Vie est le parcours

Paris–Cholet–La Roche–sur–Yon–Saint–Gilles–Croix–de–Vie revenant à $30 + 13 + 8$ soit 51 €.

Les deux autres parcours possibles reviennent à :

Paris–Nantes–Saint–Gilles–Croix–de–Vie : $40 + 17$ soit 57 €.

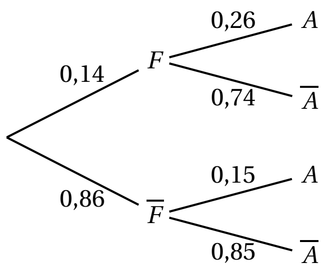
Paris–Le Mans–La Roche–sur–Yon–Saint-Gilles–Croix–de–Vie : $25 + 20 + 8$ soit 53 €.

Annexes à rendre avec la copie

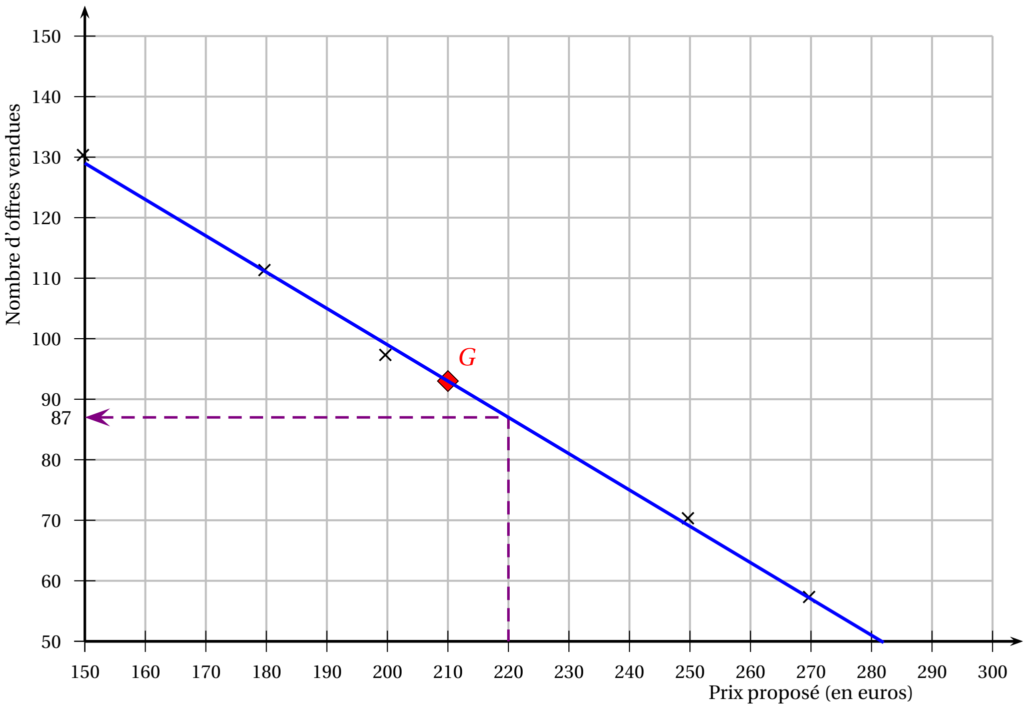
Annexe 1 : EXERCICE 1 – Partie B

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 405,7$
Tant que $u < 550$
$n \leftarrow n+1$
$u \leftarrow 1,045u$
Fin Tant que

Annexe 2 : EXERCICE 1 – Partie C



Annexe 3 : EXERCICE 2 – Partie A



Annexe 4 : EXERCICE 2 – Partie C