Corrigé du baccalauréat Sciences et Technologies de l'Hôtellerie et de la Restauration

Polynésie 18 juin 2019

EXERCICE 1 **10 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de nuitées (en milliers) dans l'hôtellerie en Bretagne au mois de janvier entre 2013 et 2017 (source : INSEE).

Année	Janvier 2013	Janvier 2014	Janvier 2015	Janvier 2016	Janvier 2017
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Nombre de nuitées (en milliers) : y_i	310	323,7	339,4	347,9	368,9

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A : Taux d'évolution

1. Calculons le taux d'évolution global du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2013 et 2017.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{368{,}9 - 310}{310} = 0{,}19$.
   Le taux global d'évolution du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2013 et 2017 exprimé en pourcentage est de 19 %.
2. Calculons le taux d'évolution moyen du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2013 et 2017.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^4$ puisque le nombre de nuitées a subi 4 évolutions durant cette période.
   $(1 + t_m)^4 = \dfrac{368{,}9}{310} = 1{,}19$ par conséquent $t_m = 1{,}19^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}044\,478$.
   Le taux d'évolution moyen annuel du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2013 et 2017, arrondi à 0,01 %, est égal à 4,45 %.

Partie B : Un premier modèle

On a représenté en **annexe 1 à rendre avec la copie** le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.

1. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
   Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.
   $$\overline{x}_G = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2 \quad \overline{y}_G = \frac{310+323{,}7+339{,}4+347{,}9+368{,}9}{5} = 337{,}98$$
   G (2 ; 337,98)
2. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 14{,}2x + 309{,}58$.
3. Dans la suite, on décide de prendre comme droite d'ajustement de y en x la droite D d'équation $y = 14x + 310$.
   a. La droite D est tracée sur le graphique figurant en annexe.
   b. Estimons le nombre de nuitées en Bretagne au mois de janvier 2020.
   En janvier 2020, $x = 7$, remplaçons x par 7 dans l'équation de la droite.
   $y = 14 \times 7 + 310 = 408$
   Nous pouvons, selon ce modèle, estimer le nombre de nuitées en janvier 2020 à 408 000.

Partie C : Un deuxième modèle

On admet qu'à partir de 2017, le nombre de nuitées en Bretagne au mois de janvier va augmenter chaque année de 4 %. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de nuitées en janvier 2017 $+n$, exprimé en milliers. On a ainsi $u_0 = 368{,}9$.

1. Calculons le nombre de nuitées en janvier 2018.
   À une augmentation de 4 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,04.
   En janvier 2018, nous avons donc $368{,}9 \times 1{,}04 = 383{,}656$ soit arrondi au millier 384 milliers.

2. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,04, puisque l'on passe d'un terme au suivant en le multipliant par 1,04.

3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$.
$u_n = 368{,}9 \times (1{,}04)^n$.

4. En utilisant ce modèle, estimons le nombre de nuitées en janvier 2025.
En 2025, $n = 8$ d'où $u_8 = 368{,}9 \times (1{,}04)^8 \approx 504{,}865$.
Nous pouvons, selon ce modèle, estimer le nombre de nuitées en janvier 2025 à 505 000 en arrondissant au millier.

5. On donne l'algorithme ci-dessous.

```
N ⟵ 0
U ⟵ 368,9
Tant que U < 425
    U ⟵ U × 1,04
    N ⟵ N + 1
Fin Tant que
```

La variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme est égale à 4.
Ce résultat dans le contexte de l'exercice signifie qu'à partir de 2017+4 soit 2021 le nombre de nuitées dépassera 425 milliers.

EXERCICE 2 — 7 points

Partie A

Un restaurant réalise une étude statistique sur la consommation de ses clients. Les clients de ce restaurant peuvent choisir un menu ou commander leur repas à la carte. D'après cette étude, on constate que 60 % des clients choisissent un menu, tandis que les autres préfèrent choisir à la carte.

À l'issue du repas, le serveur propose systématiquement aux clients de prendre un café. L'étude montre que 90 % des clients qui ont choisi un menu et 70 % de ceux qui ont commandé à la carte prennent un café.
On choisit un client au hasard parmi ceux qui ont fréquenté le restaurant dans l'année.
On définit les événements suivants :

— M : « le client choisit un menu ».

— C : « le client prend un café ».

1. À l'aide des informations de l'énoncé, nous avons complété l'arbre donné en **annexe 2 à rendre avec la copie.**

2. La probabilité que le client choisisse un menu et prenne un café est notée $p(M \cap C)$.
$p(M \cap C) = p(M) \times p_M(C) = 0{,}6 \times 0{,}9 = 0{,}54$.

3. Montrons que la probabilité de l'événement C est égale à 0,82.
Puisque M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers, nous avons :
$p(C) = p(M \cap C) + p(\overline{M} \cap C) = 0{,}54 + 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}54 + 0{,}28 = 0{,}82$

4. Sachant que le client prendra un café, la probabilité qu'il choisisse le menu est notée $p_C(M)$.
$p_C(M) = \dfrac{p(M \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0{,}54}{0{,}82} \approx 0{,}658\,5$, soit au centième 0,66.

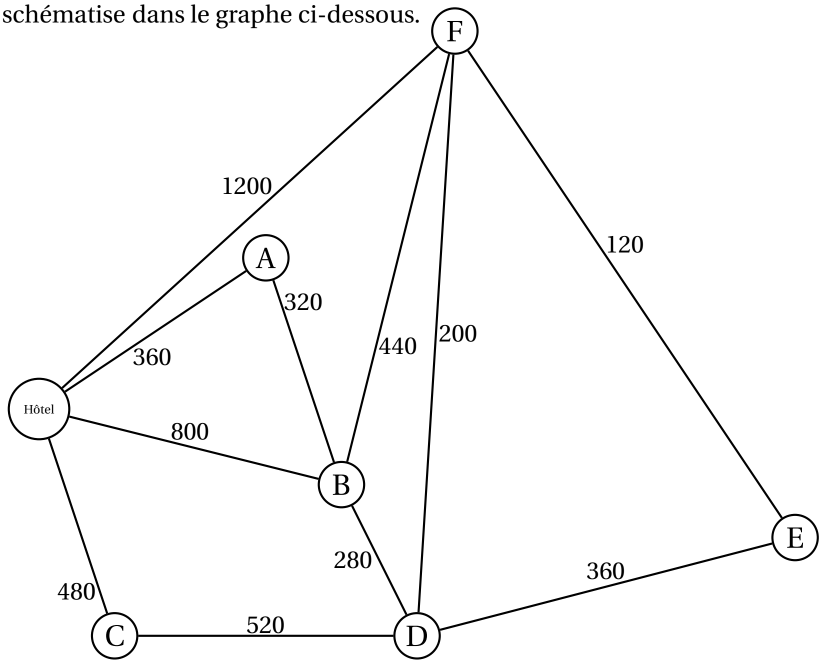
Partie B

Dans cette partie, tous les résultats seront arrondis au centième.
Une autre partie de l'étude statistique montre que le nombre de clients prenant un dessert lors du service du midi peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 60$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

1. Donnons la probabilité que, lors d'un service du midi, il y ait entre 52 et 68 clients qui commandent un dessert.
   $p(52 \leqslant X \leqslant 68) \approx 0{,}95$.
   Résultat :
   Soit obtenu à l'aide de la calculatrice ;
   soit en remarquant que pour une loi normale $p(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.
2. Calculons $P(X \geqslant 64)$.
   À la calculatrice nous obtenons $p(X \geqslant 64) \approx 0{,}16$
   Remarque Nous savons que $p(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}68$
   donc par raison de symétrie $p(\mu \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}34$
   par conséquent en considérant l'événement contraire $p(X \geqslant 64) = 0{,}5 - 0{,}34 = 0{,}16$.
   La réponse dans le contexte de l'exercice signifie que la probabilité qu'il y ait au moins 64 clients qui prennent un dessert est de 0,16.

EXERCICE 3 **3 points**

Un des hôtels d'une ville fait appel à une guide pour réaliser un parcours touristique pour ses clients. Pour concevoir son parcours, la guide sélectionne un certain nombre de rues qui présentent un intérêt touristique et les schématise dans le graphe ci-dessous.



Chaque arête représente une rue et elle nomme chacune des intersections par les lettres A, B, C, D, E et F. De plus, elle indique sur chaque arête la longueur en mètres de la rue correspondante. Par exemple, la rue séparant les intersections B et F est d'une longueur de 440 mètres.
Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

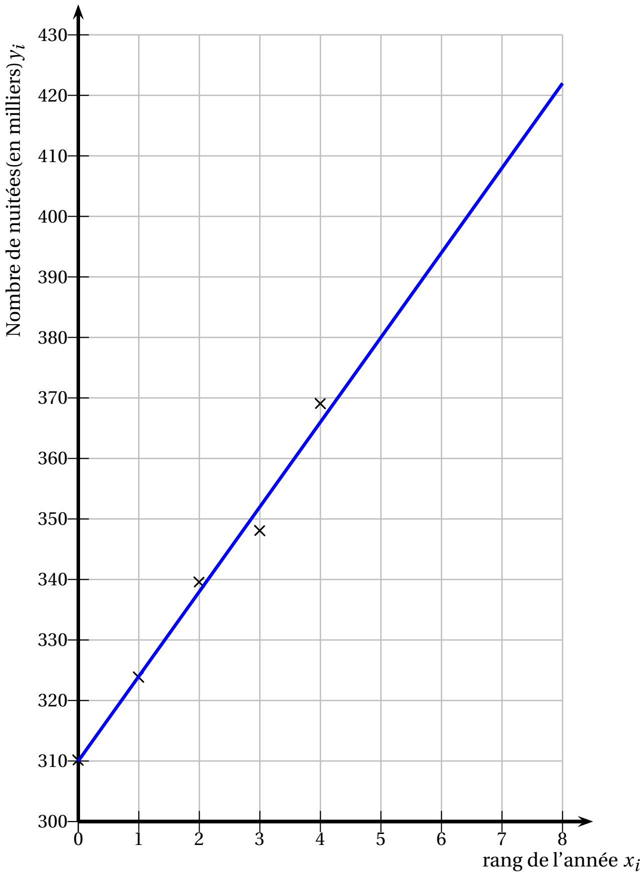
1. Pour faire son parcours, la guide souhaite passer une et une seule fois dans chacune des rues et il décide que son parcours suivra les étapes suivantes :
   Hôtel → C → D → B → Hôtel → A → B→ ⋯ → ⋯ → ⋯ → ⋯ → Hôtel
   Complétons le parcours ci-dessus, afin que les conditions soient remplies.
   Hôtel → C → D → B → Hôtel → A → B→ *F* → *D* → *E* → *F* → Hôtel
2. Un touriste ne s'intéresse qu'au site culturel qui se trouve à l'intersection E.
   Déterminons le plus court chemin menant de l'hôtel au site E ainsi que la distance à parcourir.

Chemin	distance
Hôtel → F → E	1 200+120=1 320
Hôtel → A → B → D → E	360+320+280+360=1 320
Hôtel → B → D → E	800+280+360=1 440
Hôtel → C → D → E	480+520+360=1 360

Le touriste a donc le choix entre deux chemins, les deux premiers du tableau précédent. Dans les deux cas, il parcourra 1 320 m

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1 : exercice 1



Annexe 2 : exercice 2