

EXERCICE 1

10 points

Les deux parties sont indépendantes.

Le tableau suivant donne la consommation annuelle de pizzas en France et le chiffre d'affaires généré par ce marché entre 2012 et 2017. Les données concernant l'année 2016 ne sont pas connues.

Année	2012	2013	2014	2015	2017
Rang x_i	0	1	2	3	5
Nombre de pizzas consommées y_i (en millions)	821	799	809	819	745
Chiffre d'affaires (en milliards d'euros)	5,52	5,28	5,35	5,14	4,58

Source : Gira Conseil, L'essentiel sur le marché de la pizza

Partie A : Étude du nombre de pizzas consommées

1. Sur l'annexe page 5 qui est à rendre avec la copie, nous avons représenté le nuage de points associé à la consommation annuelle de pizzas en France.
2. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère de l'ANNEXE 1.

Le point moyen est le point G de coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$.

$$\bar{x}_G = \frac{0+1+2+3+5}{5} = 2,2 \quad \bar{y}_G = \frac{821+799+809+819+745}{5} = 798,6$$

G (2,2; 798,6)

3. Un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés est $y = -12,541x + 826,189$. Les valeurs sont arrondies au millième.
4.
 - a. On utilisera par la suite l'ajustement affine suivant $y = -12,5x + 826$. La droite correspondante est tracée sur l'annexe 1.
 - b. En admettant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes, déterminons la consommation de pizzas à prévoir en 2022 en France.
En 2022, $x = 10$, remplaçons x par 10 dans l'équation de la droite :
 $y = -12,5 \times 10 + 826 = 701$.
Nous pouvons prévoir une consommation de 701 millions de pizzas en 2022 en France.

Partie B : Étude du chiffre d'affaires

1. Le taux d'évolution \mathcal{T} est défini par $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \frac{4,58 - 5,52}{5,52} \approx -0,17029$.
Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2012 et 2017 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 % est de -17,03%.
2. Calculons le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2012 et 2017 exprimé en pourcentage et arrondi au centième.
En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^5$ puisque le chiffre d'affaires a subi 5 évolutions durant cette période.
 $(1 + t_m)^5 = \frac{4,58}{5,52} \approx 0,8297$ par conséquent $t_m = 0,8297^{\frac{1}{5}} - 1 \approx -0,036647$.
Le taux d'évolution moyen annuel du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2012 et 2017 exprimé en pourcentage et arrondi centième est de -3,66%.

3. On suppose qu'à partir de 2017, le chiffre d'affaires diminue chaque année de 3,66 %.
- On note u_n le chiffre d'affaires annuel en milliards d'euros généré par la vente de pizzas en France durant l'année 2017 + n . On a donc $u_0 = 4,58$.
- Par la suite, tous les résultats sont arrondis au centième.
- À une évolution de $-3,66\%$ correspond un coefficient multiplicateur de $0,9634$.
 $u_1 = 4,58 \times 0,9634 \approx 4,44$. Ce résultat peut s'interpréter comme le chiffre d'affaires en milliards d'euros généré en 2018 par la consommation de pizzas en France.
 - $u_{n+1} = 0,9634u_n$. La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $4,58$ et de raison $0,9634$. Nous passons d'un terme au suivant en le multipliant par le même nombre. Nous avons alors $u_n = 4,58 \times (0,9634)^n$
 - Déterminons, selon ce modèle, le chiffre d'affaires en 2021 en milliards d'euros. En 2021, $n = 4$ d'où $u_4 = 4,58 \times (0,9634)^4 \approx 3,9454$.
Selon ce modèle, le chiffre d'affaires en 2021 serait d'environ 3,95 milliards d'euros.
- Complétons l'algorithme situé sur **l'annexe page 5 qui est à rendre avec la copie**, pour qu'à la fin de son exécution, la variable N indique le rang à partir duquel on a : $u_n \leq 3$.
 - Déterminons la valeur de la variable N en sortie de cet algorithme. Pour ce faire, résolvons $u_n \leq 3$.

$$4,58 \times (0,9634)^n \leq 3$$

$$(0,9634)^n \leq \frac{3}{4,58}$$

$$(0,9634)^n \leq 0,65502$$

$$\log(0,9634^n) \leq \log(0,65502)$$

$$n \log(0,9634) \leq \log(0,65502)$$

$$n \geq \frac{\log(0,65502)}{\log(0,9634)}$$

$$n \geq 11,35$$

À la sortie de l'algorithme, nous obtenons $N = 12$. D'après ce résultat, dans le cadre de l'exercice, nous pouvons estimer que le chiffre d'affaires deviendra inférieur à 3 milliards d'euros en 2029.

EXERCICE 2

4 points

Un restaurateur prépare une pizza « quatre saisons ». Il compte la servir accompagnée d'une salade composée et d'un toast au fromage de chèvre. Le tableau suivant décrit les différentes tâches à réaliser pour la préparation de ce plat. On part du principe que certaines tâches peuvent être réalisées simultanément par plusieurs personnes.

Tâche	Description de la tâche	Temps en minutes	Tâches à réaliser auparavant
A	Préparer la pâte.	8	
B	Laisser reposer la pâte.	10	A
C	Préparer une boule avec la pâte et l'étaler.	5	B
D	Préparer la sauce tomate.	5	
E	Préparer les légumes (tomates fraîches, courgettes, oignons et champignons).	15	
F	Disposer la sauce, les légumes et le fromage sur la pâte.	5	C, D et E
G	Dresser la base de la salade dans une assiette.	3	E
H	Déposer une tranche de fromage de chèvre sur une rondelle de pain.	2	
I	Préchauffer le four à 280°C.	20	
J	Enfourner la pizza et le toast au fromage de chèvre.	1	E, H et I
K	Après 3 minutes, sortir le toast du four et le déposer dans l'assiette avec la salade.	3	J et G
L	Au bout de 4 minutes de cuisson, sortir la pizza du four et la poser sur une assiette.	4	J
M	Disposer du basilic et un filet d'huile d'olive sur la pizza et la salade.	1	K et L
N	Servir le plat en salle.	3	M

1. Nous avons complété le graphe donné sur l'**annexe page 6 qui est à rendre avec la copie**, pour respecter l'ordonnement des tâches de cette recette et indiqué au-dessus de chaque flèche le temps nécessaire à l'exécution de la tâche d'origine.
2. La commande a été passée à 19 heures 30. Elle pourra être servie au plus tôt à 20 heures 07. Nous supposons que c'est la première commande et que rien n'est prêt. Le chemin le plus long soit ABCFJMN nécessite $8 + 10 + 5 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3$ soit 37s minutes.

EXERCICE 3**6 points****Les deux parties sont indépendantes.****Partie A**

Le propriétaire d'une pizzeria souhaite trouver le meilleur prix pour la pizza « quatre saisons ». Afin de modéliser la situation, on note x le prix unitaire en euros d'une pizza « quatre saisons », $f(x)$ le nombre hebdomadaire de pizzas « quatre saisons » vendues et $g(x) = x \times f(x)$ le chiffre d'affaires en euros.

Une observation sur quelques mois conduit à utiliser le modèle $f(x) = -0,6x^2 - 0,3x + 190$ avec x variant de 8 à 14 euros.

1. Donnons une expression développée de $g(x)$.

$$g(x) = x(-0,6x^2 - 0,3x + 190) = -0,6x^3 - 0,3x^2 + 190x.$$
2. La fonction g est représentée en annexe 4. Déterminons graphiquement pour quel prix unitaire ce restaurateur fait le plus gros chiffre d'affaires.
 Traçons une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le sommet de la courbe. Lisons l'abscisse de celui-ci. Nous lisons environ 10,1. Pour justifier cette réponse, on laissera les traits apparents sur l'**annexe page 6** qui est à rendre avec la copie.

3. Résolvons l'équation $-1,8x^2 - 0,6x + 190 = 0$.

$-1,8x^2 - 0,6x + 190$ est un trinôme du second degré, calculons le discriminant.

$$\Delta = (-0,6)^2 - 4 \times (-1,8) \times (190) = 1368,36$$

$\Delta > 0$, le trinôme a deux racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{0,6 - \sqrt{1368,36}}{-3,6} \approx 10,109 \quad x_2 = \frac{0,6 + \sqrt{1368,36}}{-3,6} \approx -10,442$$

L'ensemble des solutions de l'équation est $\{\approx -10,442 ; \approx 10,109\}$

4. En déduire la valeur du prix optimal au centime près.

Nous pouvons remarquer que sur $[8 ; 14]$ $-1,8x^2 - 0,6x + 190 = g'(x)$. Cette dérivée s'annule pour 10,11 au centième près.

$g'(x)$ changeant en cette valeur de signe, par conséquent g admet alors un maximum.

En vendant la pizza au prix de 10,11 € il réalise un chiffre d'affaires maximal. Le prix optimal est donc 10,11 €.

Partie B

Une enquête menée auprès de 2319 clients de cette pizzeria révèle que 1679 clients sont satisfaits de leur repas.

1. La fréquence des clients de cette pizzeria satisfaits de leur repas est : $\frac{1679}{2319} \approx 0,724$ à 0,001 près.

2. Le propriétaire de cette pizzeria affirme que les trois quarts de ses clients sont toujours satisfaits de leur repas.

a. Déterminons un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des clients satisfaits de leur repas. (On arrondira les bornes de l'intervalle au millième).

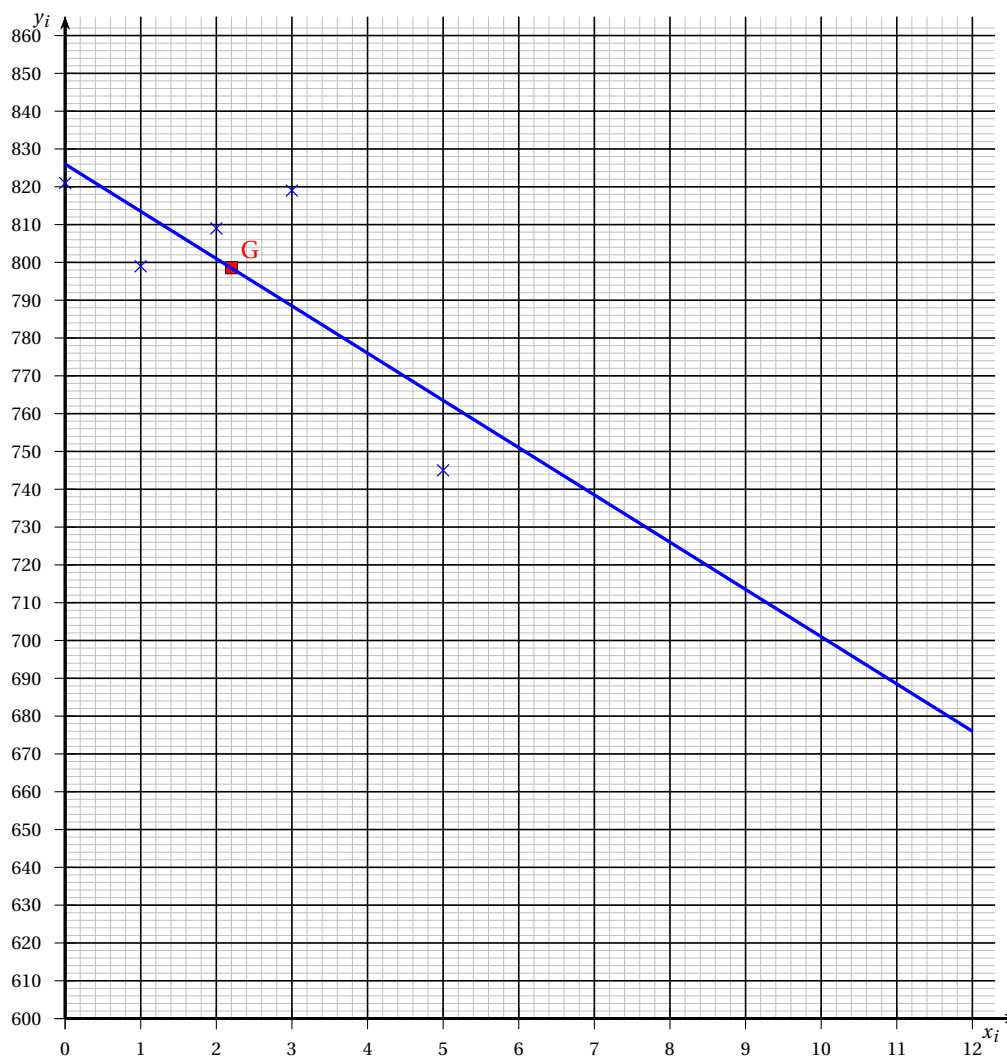
$$\text{L'intervalle de fluctuation } I \text{ est } \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

$$I = \left[0,75 - \frac{1}{\sqrt{2319}} ; 0,75 + \frac{1}{\sqrt{2319}} \right] = [0,729 ; 0,771]$$

b. L'affirmation du propriétaire de la pizzeria n'est pas vérifiée puisque 0,724 n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation.

Annexe à remettre avec la copie

EXERCICE 1 - Partie A

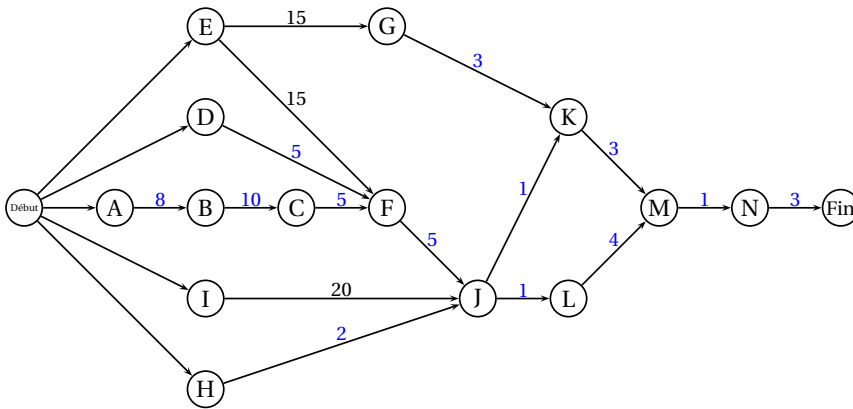


EXERCICE 1 - Partie B

```
U ← 4,58
N ← 0
Tant que U > 3 faire
    U ← 0,9634U
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

Annexe à remettre avec la copie

EXERCICE 2



EXERCICE 3

