Durée : 3 heures

∽ Corrigé du baccalauréat STMG Antilles–Guyane ∾ 15 juin 2016

EXERCICE 1 — 5 points

On observe, depuis quelques années, un modification des canaux de distribution du tourisme en faveur du tourisme en ligne.
C'est ainsi que plus de 30 millions de Français ont consulté des sites internet pour préparer leurs vacances en 2013.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaire, noté CA, du marché du tourisme en ligne de 2006 à 2013 en France.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
CA en milliard d'euros : y_i	4,2	5,3	7	8	9,6	10,9	11,7	12,4

Étude XERFI, FEVAD

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminons le taux d'évolution, exprimé en pourcentage, du chiffre d'affaire du tourisme en ligne entre 2006 et 2009.
   Le taux d'évolution T est défini par $T = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$
   $T = \dfrac{8 - 4{,}2}{4{,}2} = 0{,}904\,76$. Le taux d'évolution du chiffre d'affaires entre 2006 et 2008 est d'environ 90,48 %.
2. Calculons le taux d'évolution annuel moyen, exprimé en pourcentage, du tourisme en ligne en France entre les années 2006 et 2009.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^3$ puisque le chiffre d'affaires a subi trois évolutions durant cette période.
   $(1 + t_m)^3 = 1{,}904\,8$ par conséquent $t_m = 1{,}904\,8^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}239\,6$.
   Le chiffre d'affaires a augmenté chaque année en moyenne de 23,96 %.
3. On suppose que, de 2013 à 2016, le chiffre d'affaire du tourisme en ligne en France a augmenté de 9 % par an.
   Donnons une estimation du chiffre d'affaire du tourisme en ligne en France pour l'année 2016.
   À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur de $1 + t$. Le coefficient multiplicateur est donc ici de 1,09.
   Entre 2013 et 2016, il y a eu trois évolutions donc une estimation serait $12{,}4 \times 1{,}09^3 = 16{,}06$
   Le chiffre d'affaires en ligne pourrait être estimé en 2016 à 16,06 milliards d'euros.

Partie B

On considère la série statistique à deux variables $(x_i\ ;\ y_i)$.

1. Le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique est tracé dans le repère de l'annexe 1.
2. **a.** À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés est $y = 1{,}22x + 3{,}14$. *Les coefficients sont arrondis au centième.*

   b. On décide de réaliser un ajustement de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ à l'aide de la droite D d'équation $y = 1{,}2x + 3{,}1$.
   La droite D est tracée dans le repère de l'annexe 1.

3. À l'aide de la question précédente, donnons une estimation du chiffre d'affaire du tourisme en France en 2016.

Le rang de l'année 2016 est 11. Remplaçons x par cette valeur dans l'équation de la droite. $y = 1{,}2 \times 11 + 3{,}14 = 16{,}3$.

Le chiffre d'affaires en ligne pourrait être estimé en 2016, selon ce modèle, à 16,3 milliards d'euros.

Partie C

Parallèlement à l'essor du tourisme en ligne, on a pu observer que le nombre de plaintes des consommateurs dans le secteur du tourisme en ligne est en augmentation depuis 2011.
Les données recueillies par la Direction Générale de la Concurrence, de la Consommation et de la Répression des Fraudes (DGCCRF) permettent d'analyser l'évolution des plaintes des consommateurs en France.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de plaintes enregistrées par la DGCCRF en France dans le secteur du tourisme en ligne entre les années 2011 et 2013.

Année	2011	2012	2013
Nombre de plaintes enregistrées en France	1 036	1 293	
Indice	100		183,4

Source : Ministère de l'économie, de l'industrie et du numérique

1. Calculons l'indice i du nombre de plaintes enregistrées en 2012, arrondi au dixième.
$i = \dfrac{1\,293}{1\,036} \times 100 \approx 124{,}8$.
L'indice de 2012, base 100 en 2011 est, arrondi au dixième, 124,8.

2. Déterminons le nombre de plaintes enregistrées en 2013.
Entre 2011 et 2013 le coefficient multiplicateur est 1,834. Par conséquent, le nombre de plaintes enregistrées en France en 2013 est
$1\,036 \times 1{,}834$ c'est-à-dire environ 1 900 plaintes.

EXERCICE 2 **6 points**

On s'intéresse à une modélisation de la propagation de l'épidémie de la grippe en France durant l'hiver 2014 - 2015.
Les relevés statistiques, fournis par le réseau Sentinelle, du nombre de cas pour 100 000 habitants sur la période du 29 décembre 2014 au 1er mars 2015 ont permis de mettre en évidence une courbe de tendance, à l'aide d'un tableur.
Soit f la fonction définie, pour tout $x \in [2 ;\ 10]$, par

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360.$$

On admet que $f(x)$ modélise le nombre de malades déclarés pour 100 000 habitants au bout de x semaines écoulées depuis le début de l'épidémie. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Partie A

À partir du graphique de l'annexe 2, répondre aux questions suivantes :

1. Selon ce modèle, au bout de six semaines le pic de l'épidémie a été atteint. Nous lisons l'abscisse du sommet de la parabole.

2. Le nombre de semaines pendant lesquelles le nombre de malades a été supérieur ou égal à 600 est 4. De la semaine 4 à la semaine 8, sur cet intervalle, la courbe est située au dessus de la droite d'équation $y = 600$.

3. **a.** Montrons que $f(x) \geqslant 600$ équivaut à $-x^2 + 12x - 32 \geqslant 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &\geqslant 600 \\ -30x^2 + 360x - 360 &\geqslant 600 \\ -30x^2 + 360x - 360 - 600 &\geqslant 0 \\ -30x^2 + 360x - 960 &\geqslant 0 \\ 30\left(-x^2 + 12x - 32\right) &\geqslant 0 \end{aligned}$$

Puisque 30 est un nombre réel strictement positif, nous pouvons diviser les deux membres de l'inégalité par 30. Nous obtenons ainsi l'inégalité demandée.

b. Déterminons alors les solutions de $-x^2+12x-32=0$. Ceci est une équation du second degré, calculons alors Δ.

$\Delta = 12^2-4\times(-1)\times(-32)=144-128=16$. Le trinôme admet donc deux racines

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad x_2=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

d'où $x_1=\dfrac{-12-4}{-2}=8$ $\quad x_2=\dfrac{-12+4}{-2}=4$.

Par conséquent $-x^2+12x-32=-(x-4)(x-8)$.

En dressant un tableau de signes nous obtenons sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		2		4		8		10		$+\infty$
$-(x-4)(x-8)$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	

Il en résulte que l'ensemble des solutions sur $[2;\ 10]$ de l'inéquation $f(x)\geqslant 600$ est $[4;8]$.

c. Nous retrouvons le résultat obtenu dans la question 2.

Partie B

1. a. Calculons $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[2;10]$

$f'(x)=-30(2x)+360=-60x+360=60(-x+6)$.

puis résolvons l'inéquation $f'(x)\geqslant 0$ sur cet intervalle.

Sur $\mathbb{R}$ $-x+6\geqslant 0$ est équivalent à $x\leqslant 6$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[2;6]$

b. Dressons le tableau de variations de f sur l'intervalle $[2;10]$.

Étudions d'abord le sens de variation de f.

Si pour tout $x\in I$, $f'(x)<0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.

Pour $x\in]6;10]$, $f'(x)<0$, par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x\in I$, $f'(x)>0$ alors f est strictement croissante sur I.

Pour $x\in[2;6[$, $f'(x)>0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[2;10]$.

x	2		6		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	240	$\nearrow$	720	$\searrow$	240

2. a. Calculons le nombre dérivé de f en 3.

$f'(3)=60(-3+6)=180$

b. La tangente à C au point d'abscisse 3 est tracée dans le repère de l'annexe 2. Son équation est $y=180(x-3)+450$ ou $y=180x-90$.

3. On admet que le réel $f'(x)$ représente la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de x semaines.

La grippe se propage-t-elle plus vite au bout de 3 semaines ou de 4 semaines ?

Pour y répondre, calculons $f'(4)$. $f'(4)=60(-4+6)=120$. Comme $f'(4)<f'(3)$, la grippe se propageait plus rapidement au bout de trois semaines qu'au bout de quatre semaines.

EXERCICE 3 — 5 points

Une entreprise familiale fabrique de la confiture de fraises biologiques. Elle achète ses fruits auprès de deux fournisseurs locaux A et B.

25 % des fruits proviennent du fournisseur A et les autres du fournisseur B.

95 % des fruits provenant du fournisseur A sont retenus pour la fabrication de la confiture.

80 % des fruits provenant du fournisseur B sont retenus pour la fabrication de la confiture.

Dans la suite, on notera $p(E)$ la probabilité d'un évènement E, et pour tout évènement F de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que F est réalisé.

Partie A

On choisit un pot de confiture au hasard dans la production.
On note A, B, C les évènements :

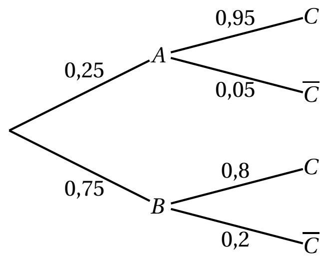
A : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur A »

B : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur B »

C : « les fruits sont retenus pour la fabrication de la confiture »

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Construisons un arbre de probabilité décrivant la situation.



2. **a.** $A \cap C$ est l'évènement :« les fruits proviennent du fournisseur A et sont destinés à la fabrication de confiture ».

b. $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0{,}25 \times 0{,}95 = 0{,}2375$ soit 0,24 arrondi au centième.

c. Les évènements A et C sont incompatibles si $A \cap C = \emptyset$ ou si $p(A \cap C) = 0$. Nous avons montré que $p(A \cap C) = 0{,}24$. Par conséquent les deux événements ne sont pas incompatibles. Il y a des fruits du producteur A destinés à la fabrication de confitures.

3. **a.** Montrons que la probabilité $p(C)$, arrondie au centième, est égale à $0{,}84$.
Calculons $p(C)$.
$p(C) = p(A \cap C) + p(B \cap C) = p(A) \times p_A(C) + p(B) \times p_B(C) = 0{,}2375 + 0{,}75 \times 0{,}8 = 0{,}8375$.
La probabilité de C est donc, arrondie au centième, 0,84.

b. Les évènements A et C sont indépendants si $p(A \cap C) = p(A) \times p(C)$.
$p(A) \times p(C) = 0{,}25 \times 0{,}84 = 0{,}21 \neq 0{,}24$.
Les événements A et C ne sont pas indépendants.

4. Calculons $p_C(A)$.
$p_C(A) = \dfrac{p(A \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0{,}24}{0.84} \approx 0{,}28$
La probabilité que les fruits servant à la confiture proviennent du fournisseur A est 0,28.

Partie B

On s'intéresse dans cette partie à la masse des pots de confiture.
On admet que la masse M (en gramme) d'un pot de confiture prélevé au hasard dans le stock est modélisée par une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne 250 et d'écart type $2{,}5$.

1. $p(245 \leqslant M \leqslant 255) = p(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.

2. Calculons alors la probabilité qu'un pot de confiture ait une masse comprise entre 250 g et 255 g.
Par raison de symétrie,nous avons donc la moitié de la probabilité précédente.
$p(250 \leqslant M \leqslant 255) = p(\mu \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx \dfrac{0{,}95}{2} \approx 0{,}48$

EXERCICE 4 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses est exacte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Un village comptait 1 100 habitants en 2010. On a constaté depuis cette date une diminution annuelle de la population d'environ 5 %.
On modélise le nombre d'habitants de ce village à partir de 2010 par une suite géométrique (u_n).

1. Pour tout entier naturel n, on a :

a. $\boxed{u_n = 1100 \times 0,95^n}$ **b.** $\cancel{u_n = 1100 \times (1,05)^n}$ **c.** $\cancel{u_n = 1100 - 0,95n}$

2. La feuille de calcul ci-dessous, extraite d'un tableur, permet d'estimer le nombre d'habitants de ce village à partir de 2010.

	A	B	C
1	Année	Rang	Nombre d'habitants
2	2010	0	1 100
3	2011	1	
4	2012	2	
5	2013	3	
6	2014	4	
7	2015	5	
8	2016	6	
9	2017	7	
10	2018	8	
11	2019	9	
12	2020	10	
13	2021	11	
14	2022	12	
15	2023	13	
16	2024	14	

Le format de cellule a été choisi pour que tous les nombres de la colonne C soient arrondis à l'unité.
Une formule que l'on peut saisir dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs de la plage de cellules C3 :C9 est : **a.** ~~=C2*1,05~~ **b.** $\boxed{\text{=C2*0,95}}$ **c.** ~~=C$2*0,95~~

3. Le nombre u_n d'habitants aura diminué de moitié à partir de :

a. $\boxed{\text{L'année 2024}}$ **b.** ~~L'année 2014~~ **c.** ~~L'année de rang 13~~

4. Selon le modèle retenu, l'algorithme qui donne la première année pour laquelle le nombre d'habitants aura diminué de moitié est :

a. $\boxed{\text{Algorithme 1}}$

Entrées	A entier naturel u réel

Traitement	u prend la valeur 1 100
	A prend la valeur 2010
	Tant que $u > 550$
	    u prend la valeur $0,95 \times u$
	    A prend la valeur $A + 1$
	Fin de Tant que
	Afficher A

b. ~~Algorithme 2~~

Entrées	A entier naturel u réel

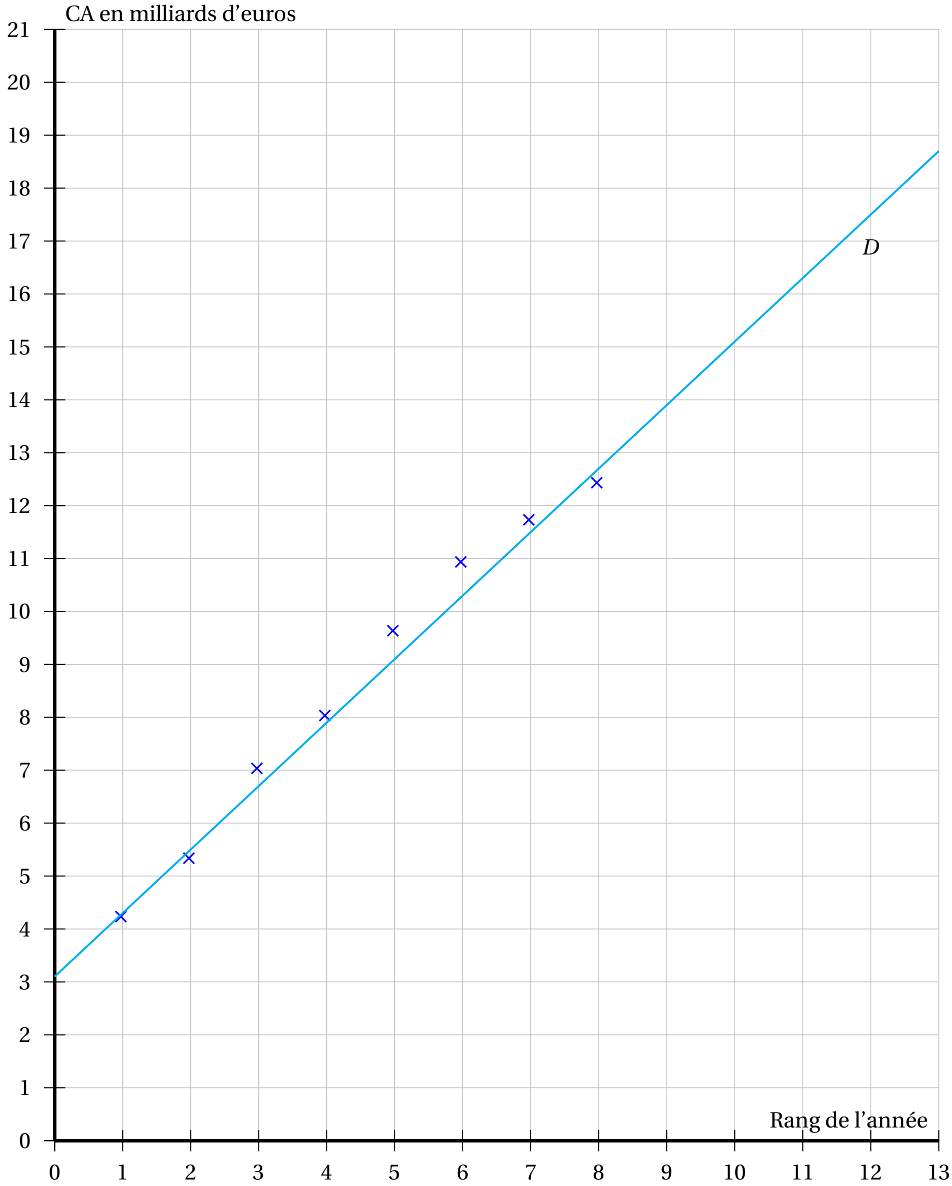
Traitement	u prend la valeur 1 100
	A prend la valeur 2010
	Tant que $u \leqslant 550$
	    u prend la valeur $0,95 \times u$
	    A prend la valeur $A+1$
	Fin de Tant que
	Afficher A

c. ~~Algorithme 3~~

Entrées	A entier naturel u réel
Traitement	u prend la valeur 1 100 A prend la valeur 2010 Tant que $u > 550$ u prend la valeur $0,95 \times u$ Fin de Tant que Afficher A

Annexe (à rendre avec la copie)

Annexe 1, exercice 1



Annexe (à rendre avec la copie)

Annexe 2, exercice 2