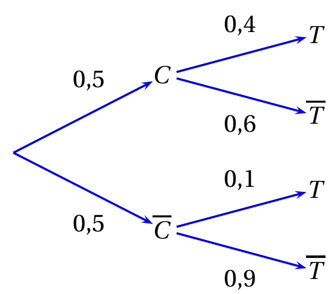
☙ Corrigé du baccalauréat Métropole 19 juin 2014 ❧
Technique de la musique et de la danse

Le candidat traitera trois exercices :

- Obligatoirement l'exercice 1
- Obligatoirement l'exercice 2
- Au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 1 **6 points**

1. L'énoncé montre que $p(C) = 0,5$.
   10 % des élèves ne disposant pas d'une console souffrent d'une tendinite le jour de l'examen, donc $p_{\overline{C}}(T) = 0,10$.
   40 % des élèves disposant d'une console souffrent d'une tendinite le jour de l'examen, donc $p_C(T) = 0,40$.
2. On peut donc dresser l'arbre pondéré suivant :



3. On a $p(C \cap T) = p(C) \times p_C(T) = 0,5 \times 0,4 = 0,2$.
4. La formule des probabilités totales montre que :
   $p(T) = p(C \cap T) + p\left(\overline{C} \cap T\right) = 0,2+,5 \times 0,1 = 0,2 + 0,05 = 0,25$.
5. On a $p_T(C) = \dfrac{p(T \cap C)}{p(T)} = \dfrac{0,2}{0,25} = 0,8$.
6. D'une part :
   $p(C) \times p(T) = 0,5 \times 0,25 = 0,125$ et d'autre part :
   $p(C \cap T) = 0,2$.
   $p(C) \times p(T) \neq p(C \cap T)$, donc les évènements C et T ne sont pas indépendants.

EXERCICE 2 **6 points**

Cet exercice est un QCM

1. Qatre quartes correspondent à $4 \times 5 = 20$ demi-tons et trois quintes à $3 \times 7 = 21$, soit au total 41 demi-tons.
   Or $41 = 3 \times 12 + 5$: on augmente donc le SOL de 3 octaves et de 5 demi-tons ; on obtient donc DO : réponse **c.**

2. Les LA au dessus du FA sont à 4, 16, 28, 40, ... demi-tons. On veut ajouter des quartes soit un multiple de 5 demi-tons ; le premier nombre qui convient est $40 = 8 \times 5$. Il faut ajouter 8 quartes : réponse **c.**

3. Du LA_3 au LA_4 il y a 12 demi-tons et du LA_4 au MI_5 il y a 7 demi-tons, donc 19 demi-tons du LA_3 au MI_5.
   Si f_1 est la fréquence du LA_3 et f_2 celle du MI_5, on sait (suite géométrique que :
   $f_2 = f_1 \times q^{19} = f_1 \times q^{\frac{19\times 12}{12}} = f_1 \times \left(q^{12}\right)^{\frac{19}{12}} = f_1 \times 2^{\frac{19}{12}}$.
   La mesure en savarts de l'intervalle entre les notes LA_3 et MI_5 est donc $10^3\log\left(\dfrac{f_2}{f_1}\right) = 10^3\log 2^{\frac{19}{12}} \approx$ $476,631$ soit 476,3 au dixième près : réponse **a.**

4. $L(I) = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right) = 50$ soit $\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right) = \dfrac{50}{10} = 5$.
   D'où $\dfrac{I}{I_0} = 10^5$ soit $I = 10^5 \times I_0 = 10^5 \times 10^{-12} = 10^{-7}$: réponse **b.**

5. De $L(4I) = 10\log\left(\dfrac{4I}{I_0}\right) = 10\log\left(4 \times \dfrac{I}{I_0}\right) = 10\log(4) + 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right) = 10\log(4) + L(I)$.
   L'intensité est augmentée de $10\log(4)$: réponse **c.**

6. Si l'on installe x éoliennes d'après la question précédente, l'intensité va être augmentée de $10\log(x)$. Il faut que cette augmentation ne dépasse pas 15, soit :
   $10\log(x) \leqslant 15$ soit $\log(x) \leqslant 1,5$ ou encore $x \leqslant 10^{1,5}$.
   Or $10^{1,5} \approx 31,62$. Il faut donc installer au plus 31 éoliennes : réponse **a.**

EXERCICE 3 **8 points**
Enseignement obligatoire (au choix)

1. **a.** Sur $[0,5\,;\,8]$; f est dérivable et :
   $f'(x) = -\dfrac{3}{2} \times \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{4} \times 2x - 1 = -\dfrac{3}{2x} + \dfrac{x}{2} - 1 = \dfrac{-3 + x^2 - 2x}{2x} = \dfrac{(x+1)(x-3)}{2x}$.
   b. Comme $x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui du numérateur $(x+1)(x-3)$ qui s'annule pour $x = -1$ et pour $x = 3$.
   Ce trinôme (donc la dérivée) est positif sauf sur $]-1\,;\,3[$ où il est négatif.
   c. On en déduit le tableau de variations suivant :

x		-1		$0,5$		3		8	
$x+1$		0							
$x-3$						0			
$f'(x)$		0				0			
$f(x)$	$\nearrow$			3,6	$\searrow$	0,6	$\nearrow$	7,9	

   - $f(0,5) = -\dfrac{3}{2}\ln\frac{1}{2} + \dfrac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 3 = \dfrac{3}{2}\ln 2 + \dfrac{1}{16} + \frac{5}{2} = \dfrac{3}{2}\ln 2 + \dfrac{41}{16} \approx 3,60$.
   - $f(3) = -\dfrac{3}{2}\ln 3 + \dfrac{1}{4}(3)^2 - 3 + 3 = -\dfrac{3}{2}\ln 3 + \dfrac{9}{4} \approx 0,60$.
   - $f(8) = -\dfrac{3}{2}\ln 8 + \dfrac{1}{4} \times (8)^2 - 8 + 3 = -\dfrac{3}{2}\ln 2^3 + 16 - 5 = -\dfrac{9}{2}\ln 2 + 11 \approx 7,88$.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	3,6	2,3	1	0,6	0,9	1,8	3,3	5,3	7,9

Les valeurs sont arrondies à $0,1$ *près.*

3. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

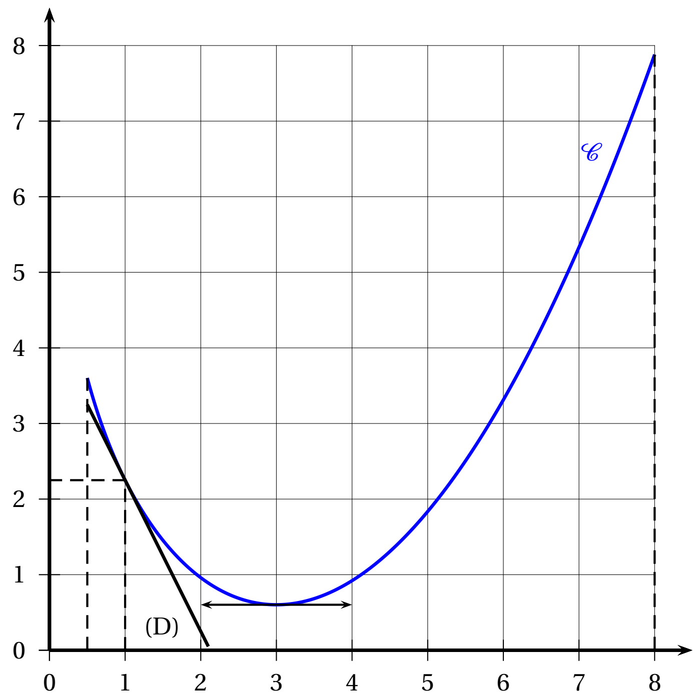
a. Le coefficient directeur de la droite (T) est égal au nombre dérivé $f'(1) = \dfrac{2 \times (-2)}{2 \times 1} = -2$.

b. Une équation de (T) est : $y - f(1) = f'(1)(x-1)$.

Avec $f'(1) = -2$ et $f(1) = -\dfrac{3}{2}\ln(1) + \dfrac{1}{4}1^2 - 1 + 3 = 2 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{9}{4}$, l'équation devient :

$y - \dfrac{9}{4} = -2(x-1) \iff y = -2x + 2 + \dfrac{9}{4} \iff y = -2x + \dfrac{17}{4}$.

4.



EXERCICE 4 **8 points**

Enseignement renforcé (au choix)

Partie A

$$f(x) = x - 1 - \ln(x)$$

1. On a sur [0,5 ; 10], $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x} = \dfrac{x-1}{x}$.

2. a. Comme $x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $x - 1$.

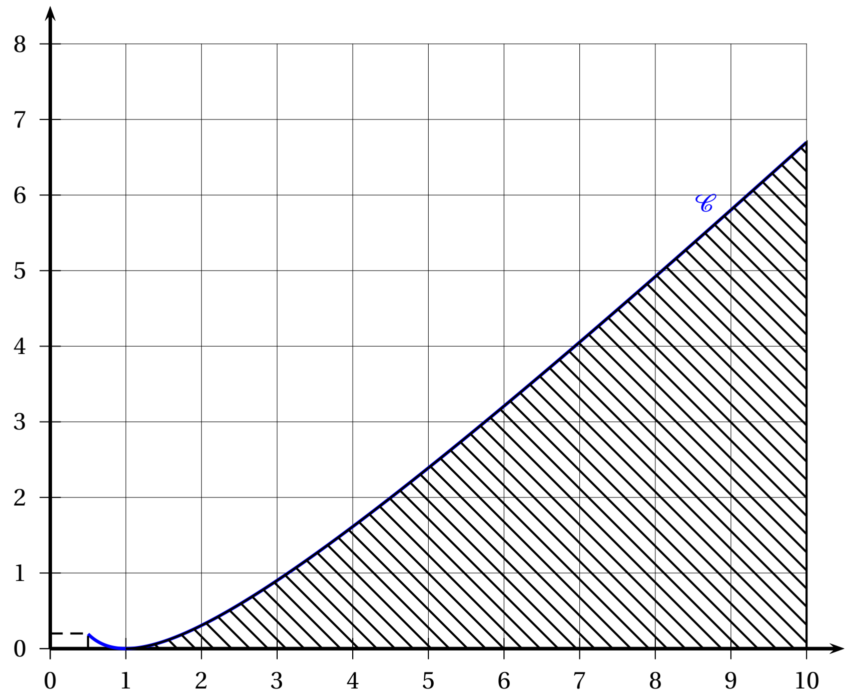
- $x - 1 > 0 \iff x > 1$: $f'(x) > 0$ sur]1 ; 10] ;
- $x - 1 < 0 \iff x < 1$: $f'(x) < 0$ sur [0,5 ; 1[;
- $x - 1 = 0 \iff x = 1$: $f'(1) = 0$ sur]1 ; 10].

b. On en déduit que f est décroissante de $f(0,5) = 0,5 - 1 - \ln 0,5 = -0,5 - \ln\frac{1}{2} = \ln 2 - 0,5 \approx 0,193$ à $f(1) = 1 - 1 - \ln 0 = 0$, puis croissante de $f(1) = 0$ à $f(10) = 10 - 1 - \ln 10 = 9 - \ln 10 \approx 6,697$.

3. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous (on donnera les valeurs arrondies à 0,1 près).

x	0,5	1	2	3,5	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0,2	0	0,3	1,2	2,4	3,2	4,1	4,9	5,8	6,7

b.



Partie B

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - x\ln(x).$$

1. **a.** Sur I, F est dérivable est on a :
$F'(x) = \frac{2x}{2} - \ln(x) - x \times \frac{1}{x} = x - \ln(x) - 1 = f(x)$: F est donc une primitive de f sur I.

b. $S = \int_1^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_1^{10} = F(10) - F(1) = \frac{10^2}{2} - 10\ln(10) - \left(\frac{1^2}{2} - 1\ln(1)\right) = 50 - 10\ln(10) - \frac{1}{2} = 49,5 - 10\ln(10)$.

2. **a.** Voir la figure.

b. On a vu que $[1;\ 10]$, la fonction f est positive, donc l'aire en unités d'aire de la surface limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 10$ est égale à $\int_1^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 49,5 - 10\ln(10) \approx 26$ résultat que l'on peut vérifier en comptant le nombre de carreaux unités que l'on peut compter dans cette surface.