Corrigé du baccalauréat technique de la musique et de la danse
Métropole juin 2007

EXERCICE 1 — 6 points

1. Le niveau sonore associé à une intensité de $9{,}95\times 10^{-5}$ W.m^{-2} est à l'unité près environ égal à :

a. $\boxed{80 \text{ dB}}$ **b.** 90 dB **c.** 100 dB.

$$L\left(9{,}95\times 10^{-5}\right) = 10\log\left(\frac{9{,}95\times 10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 10\log\left(9{,}95\times 10^{7}\right)\approx 80 \text{ dB}$$

2. Soit I une intensité telle que $L(I) = 11$ dB. Alors $L(10\times I)$ est égal à :

a. 14 dB **b.** $\boxed{21 \text{ dB}}$ **c.** 110 dB

$$L(10\times I) = 10\log\left(\frac{10I}{I_0}\right) = 10\log\left(10\times\frac{I}{I_0}\right) = 10\left(\log(10)+\log\left(\frac{I}{I_0}\right)\right) = 10\log(10)+10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$
$$= 10\times 1 + L(I) = 10+11 = 21 \text{ dB}$$

3. L'intensité correspondant à un niveau sonore de 38 dB est environ égale à :

a. $4{,}1\times 10^{-7}$ W.m^{-2} **b.** $5{,}2\times 10^{-8}$ W.m^{-2} **c.** $\boxed{6{,}3\times 10^{-9} \text{ W.m}^{-2}}$

$$L(I) = 38 \iff 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 38 \iff \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 3{,}8 \iff \frac{I}{I_0} = 10^{3,8} \iff I = I_0\times 10^{3,8}$$
$$\iff I = 10^{-12}\times 10^{3,8} \iff I = 10^{-8,2} \iff I\approx 6{,}3\times 10^{-9} \text{ W.m}^{-2}$$

4. Une enceinte de chaîne Hi-Fi génère en un point un son de niveau sonore 30 dB. Si on ajoute à son côté une enceinte de même niveau sonore, le son aura alors un niveau de l'ordre de :

a. 33 dB **b.** 40 dB **c.** 60 dB

Les intensités sonores s'ajoutent donc il faut chercher $L(2I)$ sachant que $L(I) = 30$ dB :

$$L(2I) = 10\log\left(\frac{2I}{I_0}\right) = 10\log\left(2\times\frac{I}{I_0}\right) = 10\left(\log(2)+\log\left(\frac{I}{I_0}\right)\right) = 10\log(2)+10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log(2)+L(I)$$
$$\approx 10\times 0{,}30+30\approx 33 \text{ dB}$$

5. Un son passe d'un niveau sonore de 20 dB à 50 dB. On peut alors dire que l'intensité I correspondante :

a. a augmenté de 30×10^{-12} W.m^{-2} **b.** a été multipliée par 30 **c.** $\boxed{\text{a été multipliée par 1 000}}$

Le son de niveau sonore 20 dB a une intensité de I_1, donc $10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 20$.

Le son de niveau sonore 50 dB a une intensité de I_2, donc $10\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 50$.

$$10\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 50-20 \iff 10\left(\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)-\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right) = 30 \iff 10\log\left(\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\right) = 30$$
$$\iff \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 3 \iff \frac{I_2}{I_1} = 10^3 \iff I_2 = 1\,000\times I_1$$

6. Au XVII[e] siècle, la note de référence LA_3 avait pour fréquence 415 Hz. Depuis 1945, cette note de référence a pour fréquence 440 Hz. La mesure, en savarts, de la différence de hauteur entre ces deux notes a pour valeur décimale approchée à 10^{-1} près :

a. 58,5 **b.** $\boxed{25,4}$ **c.** 254,0

La différence de hauteur entre ces deux notes est $10^3 \log\left(\dfrac{440}{415}\right) \approx 25,4$ savarts.

EXERCICE 2 — 7 points

Une classe de terminale TMD de 30 élèves est constituée de 40 % de filles. La moitié des filles étudie la musique et l'autre moitié la danse. Parmi les garçons, cinq étudient la danse et les autres la musique. Aucun élève n'étudie à la fois la musique et la danse.

1. On complète le tableau suivant :

	Filles	Garçons	Total
Nombre d'élèves étudiant la musique	6	13	19
Nombre d'élèves étudiant la danse	6	5	11
Total	12	18	30

On choisit au hasard un élève de cette classe. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les évènements :

- M : « l'élève étudie la musique » ;
- G : « l'élève est un garçon ».

2. **a.** Le nombre d'élèves étudiant la musique est 19 sur un total de 30 ; donc $P(M) = \dfrac{19}{30}$.

Il y a 18 garçons donc $P(G) = \dfrac{18}{30} = \dfrac{3}{5}$.

b. Il y a 13 garçons qui font de la musique donc $P(M \cap G) = \dfrac{13}{30}$.

c. $P(M \cap G) = \dfrac{13}{30}$ et $P(M) \times P(G) = \dfrac{19}{30} \times \dfrac{18}{30} = \dfrac{19}{50}$

$\dfrac{13}{30} \neq \dfrac{19}{50}$ donc les événements M et G ne sont pas indépendants.

3. **a.** L'évènement $\overline{G}$, évènement contraire de l'évènement G, est « l'élève est une fille ».

b. Il y a 19 élèves qui font de la musique et parmi eux, 6 filles. Donc $P_M(\overline{G}) = \dfrac{6}{19}$.

c. On cherche $P_G(M)$.

Il y a 18 garçons au total dont 13 qui font de la musique donc $P_G(M) = \dfrac{13}{18}$.

EXERCICE 3 Enseignement obligatoire (au choix) 7 points

Soit f la fonction définie pour tout réel x l'intervalle $[1\,;\,9]$ par $f(x) = 2x - 4\ln x$.

1. **a.** Pour tout x de $[1\,;\,9]$, $f'(x) = 2 - \dfrac{4}{x}$.

   b. Pour tout x de $[1\,;\,9]$, $f'(x) = 2 - \dfrac{4}{x} = \dfrac{2x-4}{x}$.

   c. On étudie le signe de $f'(x)$ sur $[1\,;\,9]$:

x	1		2		9
$2x-4$		$-$	0	ř	
x		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

   d. $f(1) = 2 - 4\ln(1) = 2$; $f(2) = 4 - 4\ln(2) \approx 1{,}23$ et $f(9) = 18 - 4\ln(9) \approx 9{,}2$

   On dresse le tableau de variations de la fonction f sur $[1\,;\,9]$:

x	1		2		9
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$4-4\ln(2)$	$\nearrow$	$18-4\ln(9)$

2. **a.** $f(\text{e}) = 2\text{e} - 4\ln(\text{e}) = 2\text{e} - 4$ et $f(\text{e}^2) = 2\text{e}^2 - 4\ln(\text{e}^2) = 2\text{e}^2 - 4\times 2 = 2\text{e}^2 - 8$

   b. On désigne par $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse e.

   L'équation réduite de la droite $\mathcal{T}$ est donnée par : $y = f'(\text{e})(x-\text{e}) + f(\text{e})$.

   $f'(\text{e}) = 2 - \dfrac{4}{\text{e}}$ et $f(\text{e}) = 2\text{e} - 4$ donc $\mathcal{T}$ a pour équation :

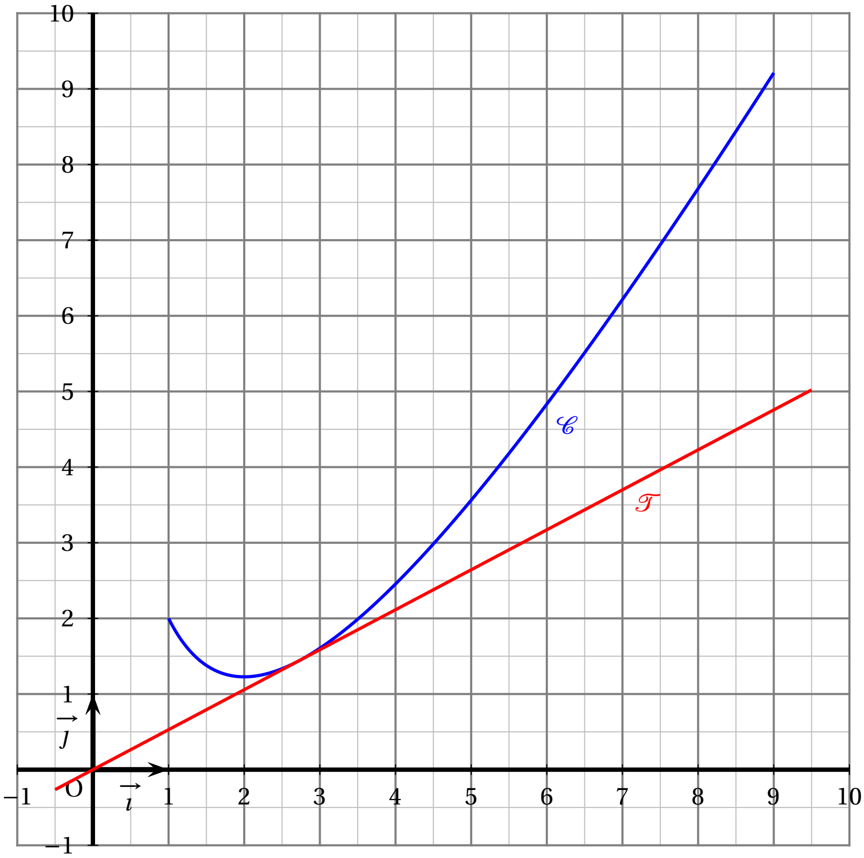
   $y = \left(2 - \dfrac{4}{\text{e}}\right)(x-\text{e}) + 2\text{e} - 4 \iff y = \left(2 - \dfrac{4}{\text{e}}\right)x - 2\text{e} + 4 + 2\text{e} - 4 \iff y = \left(2 - \dfrac{4}{\text{e}}\right)x$

   On remarque que la droite $\mathcal{T}$ passe par l'origine O du repère.

   c. On complète le tableau de valeurs suivant :

x	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	2	1,4	1,2	1,6	2,5	3,6	4,8	6,2	7,7	9,2

   d. On construit, dans le repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente $\mathcal{T}$:



EXERCICE 4 — Enseignement renforcé (au choix) — 7 points

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,2]$ par : $f(x) = x\,\mathrm{e}^{x}$.

1. $f(0) = 0 \times \mathrm{e}^0 = 0$ et $f(2) = 2\,\mathrm{e}^2$
2. **a.** Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,2]$: $f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{x} + x \times \mathrm{e}^{x} = (x+1)\,\mathrm{e}^{x}$.

   b. Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{x} > 0$ et sur $[0\,;\,2]$, $x+1 > 0$; donc $f'(x) > 0$ sur $[0\,;\,2]$.

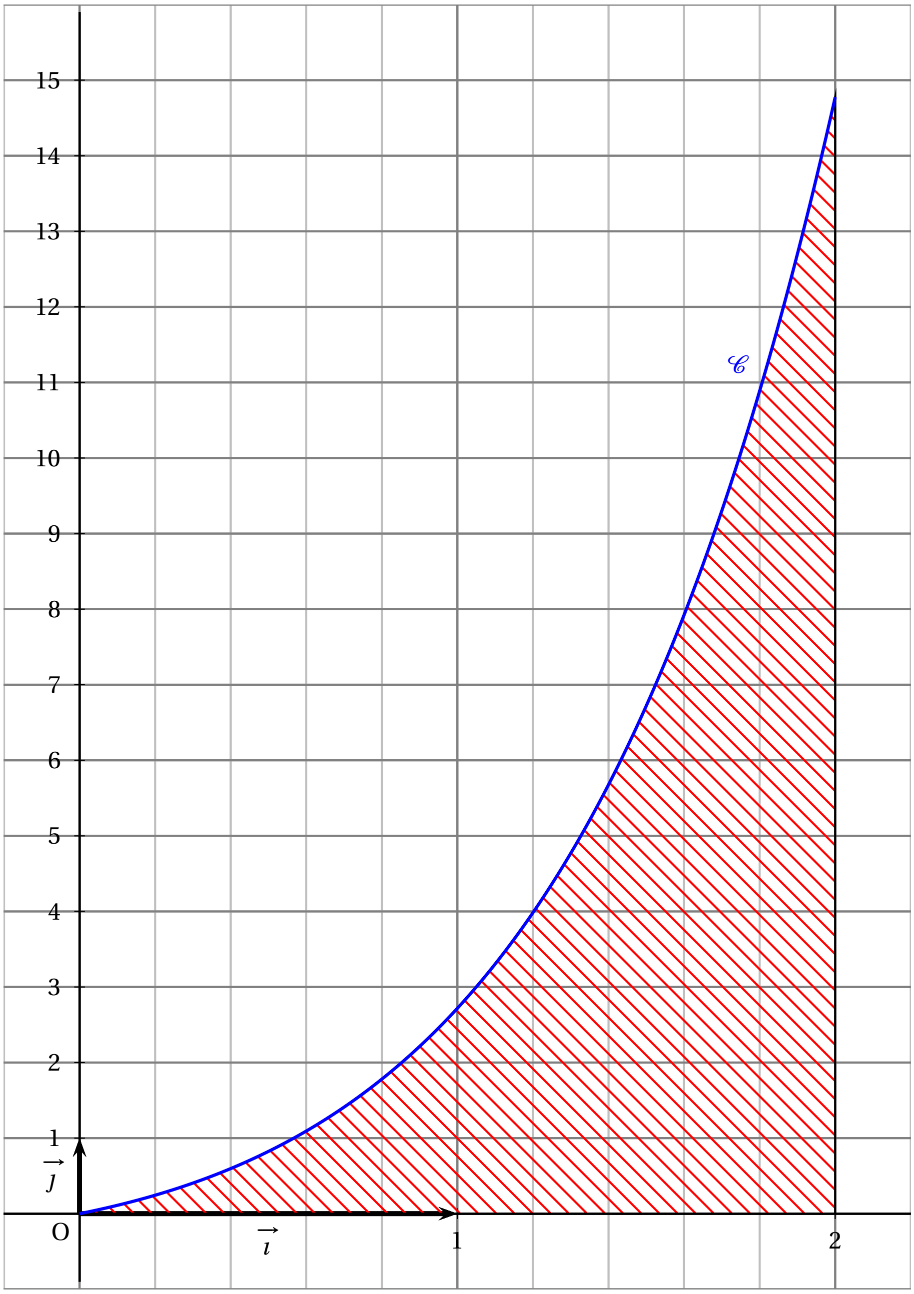
   c. On en déduit le tableau de variations de la fonction f sur $[0\,;\,2]$:

x	0	2
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0 ↗	$2\,\mathrm{e}^2$

3. **a.** On complète le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,2	0,4	0,5	0,8	1	1,5	2
Valeur décimale approchée de $f(x)$ à 10^{-1} près.	0	0,2	0,6	0,8	1,8	2,7	6,7	14,8

b. On trace la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$:



4. a. Soit F la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~2]$ par $F(x) = (x-1)\,\text{e}^{x}$.
$F'(x) = 1 \times \text{e}^{x} + (x-1) \times \text{e}^{x} = (1+x-1)\,\text{e}^{x} = x\text{e}^{x} = f(x)$
donc la fonction F est une primitive de la fonction f sur $[0~;~2]$.

b. On en déduit que $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = F(2) - F(0) = (2-1)\,\text{e}^{2} - (0-1)\,\text{e}^{0} = \text{e}^{2}+1$.

c. On désigne par $\mathscr{A}$ la mesure, exprimée en cm^2, de l'aire du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$ (voir figure).

La fonction f est positive sur $[0~;~2]$ donc $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x$ donc $\mathscr{A} = \text{e}^{2}+1$ unités d'aire.

Les unités sont de 5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées donc une unité d'aire vaut 5 cm^2.
On en déduit que $\mathscr{A} = 5 \times \left(\mathrm{e}^2 + 1\right) \approx 42$ cm^2.