Baccalauréat Sciences et Technologies de l'Hôtellerie et de la Restauration
Métropole–La Réunion 19 juin 2018

EXERCICE 1 **10 points**

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Un salon de thé propose deux types de desserts : des gaufres et des parts de tarte maison.
La gérante a remarqué que :

- 70 % des clients prennent une boisson chaude, les autres prennent une boisson froide.
- Parmi les clients prenant une boisson chaude, 50 % prennent une gaufre, 30 % une part de tarte et les autres ne prennent pas de dessert.
- Parmi les clients prenant une boisson froide, 70 % prennent une gaufre,
  20 % une part de tarte et les autres ne prennent pas de dessert.
- Aucun client ne prend plusieurs desserts.

On interroge au hasard un client de ce salon de thé.
On considère les évènements suivants :

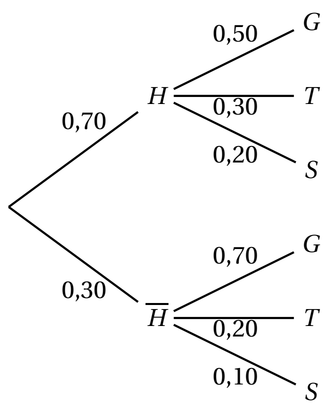
H : le client prend une boisson chaude,

G : le client prend une gaufre,

T : le client prend une part de tarte,

S : le client ne prend pas de dessert.

1. Complétons l'arbre ci-dessous :



2. $H \cap G$ est l'évènement : « le client prend une boisson chaude et une gaufre ».
   Calculons sa probabilité. $p(H \cap G) = p(H) \times p_H(G) = 0{,}70 \times 0{,}50 = 0{,}35$.

3. Montrons que la probabilité que le client prenne une gaufre est égale à 0,56.
   $p(G) = p(H \cap G) + p(\overline{H} \cap G) = 0{,}35 + p_{\overline{H}}(G) = 0{,}35 + 0{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}35 + 0{,}21 = 0{,}56$.

4. Sachant que le client prend une gaufre, la probabilité qu'il prenne une boisson chaude est notée $p_G(H)$.
   $p_G(H) = \dfrac{p(H \cap G)}{p(G)} = \dfrac{0{,}35}{0{,}56} \approx 0{,}625$

Partie B

Une machine se charge de remplir automatiquement les gaufriers.
La masse de chaque gaufre, exprimée en grammes, est modélisée par une variable aléatoire M qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 80$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. Déterminons la probabilité que la masse d'une gaufre soit comprise entre 70 g et 90 g.
   À l'aide de la calculatrice, nous trouvons $p(70 \leqslant X \leqslant 90) \approx 0{,}847$

2. On ne souhaite commercialiser une gaufre que si sa masse est supérieure à 75 g.

   Déterminons la probabilité qu'une gaufre soit commercialisable. Pour ce faire, calculons $p(X \geqslant 75)$.

   À l'aide de la calculatrice, nous trouvons $p(X \geqslant 75) \approx 0{,}762$.

Partie C

Le salon de thé est ouvert de 9 h à 19 h.
Le nombre de clients présents dans le salon est modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$f(t) = -0,5t^3 + 6,75t^2 - 21t + 35,$$

où t désigne le temps en heures écoulé depuis 9 h.

1. $f(0) = -0,5 \times 0^3 + 6,75 \times 0^2 - 21 \times 0 + 35 = 35$.

   Le nombre de personnes dans le salon à l'ouverture c'est-à-dire 9 h est 35.

2. Montrons que $f'(t) = (3 - 1,5t)(t - 7)$. Calculons d'abord $f'(t)$.

   $f'(t) = -0,5 \times (3t^2) + 6,75 \times (2t) - 21 \times 1 = -1,5t^2 + 13,50t - 21$.

   Développons maintenant $(3 - 1,5t)(t - 7)$.

   $(3 - 1,5t)(t - 7) = 3t - 21 - 1,5t^2 + 10,5t = -1,5t^2 + 13,50t - 21 = f'(t)$.

3. Étudions le signe de $f'(t)$.

   Sur $\mathbb{R}$, $3 - 1,5t > 0 \iff t < 2$ et $t - 7 > 0 \iff t > 7$.

t	0		2		7		10
signe de $3 - 1,5t$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $t - 7$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   Étudions maintenant la variation de f

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.

   Sur $[0\,;\,2[$ et sur $]7\,;\,10]$, $f'(t)) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur chacun de ces intervalles.

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

   Sur $]2\,;\,7[$, $f'(t) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

   Construisons le tableau de variation de f sur $[0\,;\,10]$.

t	0		2		7		10
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variation de f	35	↘	16	↗	≈ 47	↘	0

4. Le nombre de clients attendus dans le salon est maximal lorsque f admet un maximum. D'après le tableau de variation, f admet un maximum pour $t = 7$ ce qui correspond à 16 h. Une estimation du nombre maximal de clients attendus est 47, valeur arrondie à l'unité.

EXERCICE 2 **6 points**

Pour la France, les dépenses touristiques intérieures annuelles effectuées dans les restaurants et cafés entre les années 2011 et 2015 sont données dans le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés (en milliards d'euros).	19,1	19,4	19,9	20,4	20,5

Source : Insee, DGE, compte satellite du tourisme-base 2010.

1. Montrons que le taux d'évolution annuel moyen des dépenses touristiques intérieures dans les restaurants et cafés entre 2011 et 2015, arrondi au centième, est égal à 1,78 %.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1+t_m)^4$ puisque la dépense touristique a subi 4 évolutions durant cette période.

$(1+t_m)^4 = \dfrac{20{,}5}{19{,}1} \approx 1{,}073\,298$ par conséquent $t_m = 1{,}073\,298^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}017\,841$.

Le taux annuel moyen d'évolution des dépenses touristiques intérieures entre 2011 et 2015, arrondi à 0,01 %, est bien égal à 1,78 %.

Pour prévoir les dépenses touristiques intérieures effectuées dans les restaurants et cafés, on modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est la dépense en $2015+n$ exprimée en milliards d'euros. On a donc $u_0 = 20,5$. On admet pour la suite de l'exercice que la dépense touristique intérieure augmentera de 2 % par an à partir de 2015.

2. À une augmentation de 2 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,02.

$u_1 = u_0 \times 1{,}02 \quad u_1 = 20{,}5 \times 1{,}02 = 20{,}91$ et $u_2 = u_1 \times 1{,}02 \quad u_2 = 20{,}91 \times 1{,}02 \approx 21{,}33$.

3. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}02u_n$. La suite (u_n) est une suite géométrique puisque chaque terme sauf le premier se déduit du précédent en le multipliant par le même nombre. La raison de la suite est 1,02 et son premier terme $u_0 = 20{,}5$.

4. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.

Il en résulte que, pour tout entier naturel n, $u_n = 20,5 \times 1,02^n$.

5. Avec ce modèle, déterminons le montant prévisible pour la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés en 2023. En 2023 nous avons $n = 8$ car 2023=2015+8. Remplaçons alors n par 8 dans l'expression de u_n.

$u_8 = 20{,}5 \times (1{,}02)^8 \approx 24{,}019\,0$.

Les dépenses touristiques intérieures effectuées dans les restaurants et cafés en 2023 pourraient s'élever à environ 24 milliards.

6. Complétons l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution, la variable U soit égale à la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés de l'année $2015+n$ pour un entier naturel n donné.

```
U ⟵ 20,5

Pour I variant de 1 à n
    U ⟵ 1,02U
Fin Pour
```

7. Pour déterminer à partir de quelle année la dépense touristique intérieure dans les restaurants et cafés dépassera 26 milliards d'euros, résolvons $u_n > 26$.

$$\begin{aligned}
20{,}5 \times 1{,}02^n &> 26\\
1{,}02^n &> \frac{26}{20{,}5}\\
1{,}02^n &> 1{,}268\,292\,7\\
\log 1{,}02^n &> \log 1{,}268\,292\,7\\
n \log 1{,}02 &> \log 1{,}268\,292\,7\\
n &> \frac{\log 1{,}268\,292\,7}{\log 1{,}02}\\
n &> 12{,}002
\end{aligned}$$

Les dépenses touristiques intérieures effectuées dans les restaurants et cafés dépasseront les 26 milliards en 2015+13 soit 2028.

EXERCICE 3 **4 points**

Voici le tableau décrivant les différentes tâches pour la préparation d'une tarte à la rhubarbe meringuée.
Pour réaliser cette recette, on part du principe que certaines tâches peuvent être réalisées simultanément par plusieurs personnes.

Tâche	Description de la tâche	Temps en minutes	Tâches à réaliser auparavant
A	Éplucher et découper la rhubarbe en dés	8	
B	Mettre la rhubarbe dans un plat et verser le sucre	2	A
C	Préchauffer le four à 180°C (thermostat 6)	8	
D	Préparer la pâte	8	
E	Laisser reposer la pâte	15	D
F	Étaler la pâte dans le moule beurré et saupoudrer de farine	4	E
G	Égoutter la rhubarbe et la verser sur la pâte	5	B et F
H	Enfourner	20	C et G
I	Préparer la garniture	4	
J	Sortir du four et ajouter la garniture sur la tarte	1	I et H
K	Enfourner à nouveau	10	J
L	Monter les blancs en neige	5	I
M	Incorporer aux blancs le sucre	2	L
N	Sortir du four et étaler le mélange sur la tarte	2	M et K
O	Mettre sous le grill	5	N
P	Sortir du four et laisser refroidir	30	O

1. Complétons le graphe donné en annexe pour respecter l'ordonnancement des tâches de cette recette et indiquons près de chaque flèche le temps nécessaire à l'exécution de la tâche d'origine.

Par exemple, sur le graphe donné en annexe, la flèche allant de A vers B et pondérée par le nombre 8 indique que la tâche A dure 8 minutes et qu'elle doit se faire obligatoirement avant la tâche B.

2. Calculons le temps minimum pour réaliser cette recette.

En ajoutant les différents temps pour parcourir les différents chemins puisque certaines tâches peuvent être effectuer par un autre ou simultanément

Pour D-E 8+15+4+5+20+1+10+2+5+30=100

A-B 8+2+5+20+1+10+2+5+30=83

C-H 8+20+1+10+2+5+30=76

I-J 4+1+10+2+5+30=52

I-L 4+5+2+2+5+30=48

Il faudra au minimum 100 min soit 1 h 40 pour réaliser la recette.

Annexe exercice 3
Cette page est à rendre avec la copie d'examen