Durée : 2 heures

Corrigé du baccalauréat STL Biochimie La Réunion juin 2011

EXERCICE 1 **10 points**

A.

On peut résumer l'énoncé dans un tableau : (externes ne pratiquant aucun sport : $\dfrac{21,25}{100}\times 800 = 8\times 21,25 = 170$)

	Pratiquent un sport	Ne pratiquent pas un sport	Total
Externes	150	170	320
Non-externes	300	180	480
Total	450	350	800

1. La probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est : $\dfrac{450}{800} = \dfrac{9}{20} = 0,45$ Réponse **c.**
2. La probabilité d'interroger un élève externe est : $\dfrac{320}{800} = \dfrac{40}{100} = 0,4$. Réponse **c.**
3. La probabilité d'interroger un élève qui est externe ou qui pratique un sport est :
$\dfrac{150+170+300}{800} = \dfrac{620}{800} = \dfrac{155}{200} = \dfrac{31}{40}$. Réponse **b.**
4. Il y a parmi les 320 externes 150 sportifs. La probabilité d'interroger un élève qui pratique un sport est : $\dfrac{150}{320} = \dfrac{15}{32} = 0{,}468\,75$. Réponse **a.**

B.

1. On a $f(x) = x(\ln x - 1)$. Comme $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x = \lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$, on par produit de limites $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Réponse **c.**
2. D'après l'écriture précédente $f(x) = 0$ si et seulement si $x = 0$ ou $\ln x - 1 = 0$.
La première solution n'est pas valable puisque $x > 0$; reste $\ln x - 1 = 0$ soit $\ln x = 1$ ou encore $x = \text{e}$. Donc réponse **c.**
3. On a $(x\ln x)' = \ln x + x\times\dfrac{1}{x} = \ln x + 1$. D'où $f'(x) = \ln x + 1 - 1 = \ln x$. Réponse **a.**

C.

1. On sait que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \text{e}^{-x} = 0$, donc $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$, ce qui signifie que la droite d'équation $y = 1$ est asymptote (horizontale à la courbe représentative de f au voisinage de plus l'infini.
2. Une primitive de la fonction f est la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :
$F(x) = x - \text{e}^{-x}$. Réponse **c.**

D.

Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = C\text{e}^{-2x}$. La solution vérifiant $f(0) = 3$ est telle que $C\text{e}^{-2\times 0} = 3$ soit $C = 3$.
Ob a donc $f(x) = 3\text{e}^{-2x}$. Réponse **a.**

EXERCICE 2 **10 points**

Partie A : étude graphique d'une courbe de titrage

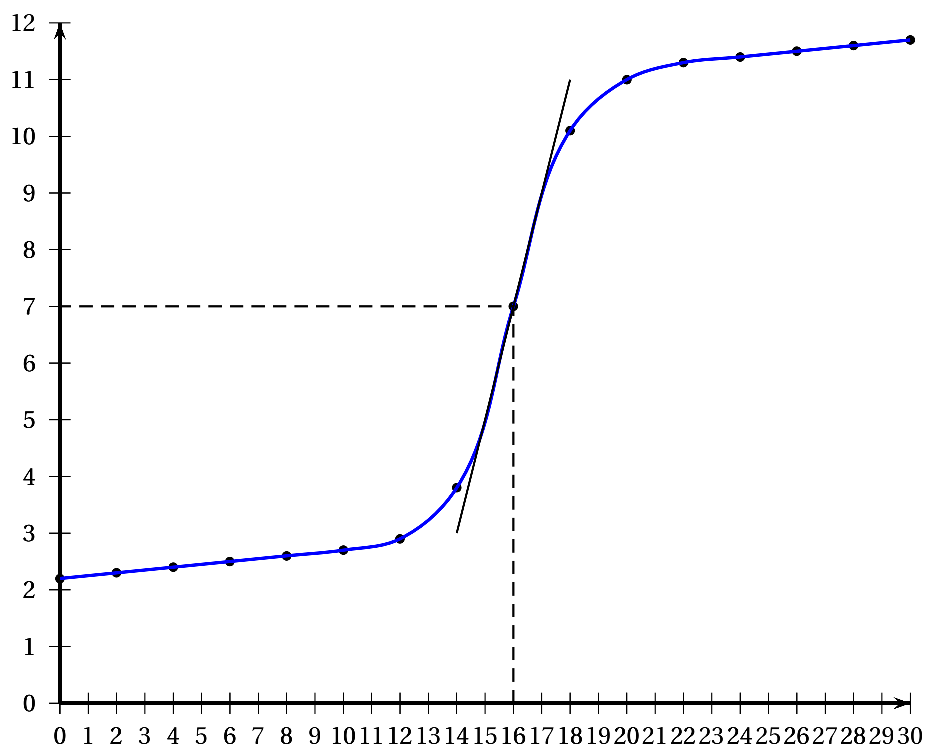
1. Voir la courbe à la fin.

2. Le pH vaut 7 quand on a versé 16 m de NaOH.

3. Le pH initial était égal à 2,2.

4. L'équation réduite est donc $y = 2x + b$. Les coordonnées de E vérifient cette équation c'est-à-dire que $7 = 2 \times 16 + b$ soit $b = 7 - 32 = -25$.
La tangente (T) a donc pour équation $y = 2x - 25$.

5. Les points de cordonnées inférieures à 12 semblent être alignés. Une fonction linéaire semble adaptée pour représenter les variations du pH en fonction du volume. On constate que la valeur initiale est égale à 2,2 et que pour un ajout de 2 mL le pH augmente de 0,1, donc de 0,05 pour un ajout de 1 mL.
La fonction est donc définie par : $y = 0,05x + 2,2$. (équation de droite)



Partie B : étude d'un modèle mathématique

1. Avec $x = 16$, on a $f(16) = 0,05 \times 16 + 10,2 - \dfrac{8}{1 + \mathrm{e}^{16-16}} = 0,8 + 10,2 - \dfrac{8}{2} = 11 - 4 = 7$.

2. On a $f'(x) = 0,05 - \left(-\mathrm{e}^{x-16} \times \dfrac{8}{\left(1 + \mathrm{e}^{(x-16)}\right)^2}\right) = 0,05 + \dfrac{8\mathrm{e}^{(x-16)}}{\left(1 + \mathrm{e}^{(x-16)}\right)^2}$.

3. Tous les termes du quotient $\dfrac{8\mathrm{e}^{x-16}}{\left(1 + \mathrm{e}^{x-16}\right)^2}$ sont positifs, donc ce quotient est positif. On en déduit que $f'(x) \geqslant 0,5 > 0$ et ce quel que soit le réel x.
On en déduit que la fonction f est croissante en particulier sur l'intervalle $[0\,;\,30]$.

4. Les coefficients directeurs respectifs des deux tangentes sont égaux aux nombres dérivés $f'(14)$ et $f'(18)$.

Or $f'(14) = 0,05 + \dfrac{8\text{e}^{14-16}}{\left(1+\text{e}^{14-16}\right)^2} = 0,05 + \dfrac{8\text{e}^{-2}}{\left(1+\text{e}^{-2}\right)^2}$ soit en multipliant chaque terme du quotient par e^4,

$f'(x) = 0,05 + \dfrac{8\text{e}^2}{\left(\text{e}^2+1\right)^2}$.

Comme $f'(18) = 0,05 + \dfrac{8\text{e}^{18-16}}{\left(1+\text{e}^{18-16}\right)^2} = 0,05 + \dfrac{8\text{e}^2}{\left(1+\text{e}^2\right)^2}$.

Les deux tangentes ont donc le même coefficient directeur : elles sont parallèles.

5. Le milieu de [AB] a pour abscisse $\dfrac{14+18}{2} = 16$ ce qui correspond au point d'équivalence de la partie 1. Il correspond effectivement à un pH de $\dfrac{3,85+10,15}{2} = 7$.